

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Алексеева Анастасия Валерьевна

**МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ  
КОНТРОЛЯ МНОГОМЕРНОГО РАССЕЙЯНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ  
ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка  
информации (информационные технологии и промышленность)

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель  
д-р техн. наук, профессор В.Н. Клячкин

Ульяновск – 2022

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
<b>ГЛАВА 1. ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ МНОГОМЕРНОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ показателей функционирования сложных технических систем .....</b>	
11	11
1.1. Контроль независимых показателей функционирования объекта.....	11
1.1.1. Контрольные карты Шухарта .....	11
1.1.2. Анализ чувствительности карт Шухарта к возможным нарушениям процесса.....	15
1.1.3. Методы повышения эффективности контроля независимых показателей .....	16
1.2. Многомерный статистический контроль.....	22
1.2.1. Алгоритм Хотеллинга для контроля среднего уровня процесса .....	22
1.2.2. Анализ чувствительности карты Хотеллинга .....	24
1.2.3. Методы повышения эффективности многомерного контроля.....	27
1.3. Алгоритмы контроля многомерного рассеяния.....	29
1.4. Постановка задач исследования .....	31
<b>ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ КОНТРОЛЯ МНОГОМЕРНОГО РАССЕЯНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ.....</b>	
33	33
2.1. Постановка задачи оценивания параметров алгоритма обобщенной дисперсии .....	33
2.2. Минимизация времени обнаружения нарушения.....	36
2.3. Минимизация стоимости контроля .....	40
2.4. Методы повышения эффективности контроля многомерного рассеяния	42
2.4.1. Поиск структур специального вида .....	42
2.4.2. Использование предупреждающей границы.....	47
2.4.3. Карта экспоненциально взвешенных скользящих средних.....	51

2.4.4. Сравнение эффективности предложенных методов.....	53
2.5. Особенности контроля рассеяния по индивидуальным наблюдениям ....	58
2.6. Выводы по главе.....	63
<b>ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЯ РАССЕЙЯНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ .....</b>	<b>65</b>
3.1. Постановка задачи.....	65
3.2. Программа анализа и контроля процесса по критерию многомерного рассеяния.....	67
3.3. Программы оптимизации параметров обобщенной дисперсии .....	87
3.4. Выводы по главе.....	98
<b>ГЛАВА 4. ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ ПО КОНТРОЛЮ РАССЕЙЯНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ .....</b>	<b>99</b>
4.1. Статистический контроль стабильности вибраций гидроагрегата.....	99
4.2. Особенности контроля системы водоочистки .....	109
4.3. Контроль прочностных характеристик теплоизоляционных плит .....	123
4.4. Выводы по главе.....	130
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>131</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>	<b>133</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ.....</b>	<b>146</b>

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Актуальность работы**

Повышение эффективности функционирования сложных технических систем с использованием современных методов обработки информации, обеспечение их надежности и качества – одна из основных задач системного анализа. Одним из направлений решения этой задачи является повышение эффективности контроля показателей функционирования таких систем.

Для многих систем наиболее важным является обеспечение стабильности этих показателей. Например, для обеспечения надежности функционирования гидроагрегата проводится мониторинг его вибраций: нарушение стабильности вибраций в условиях установившегося режима свидетельствует о сбоях в работе системы. Диагностика технического состояния осуществляется по результатам постоянного мониторинга вибраций. Работа гидроагрегата определяется боем вала гидротурбины, вибрациями верхнего и нижнего подшипника генератора и другими показателями. Информация в режиме реального времени направляется на стойку управления гидроагрегатом, где осуществляется обработка соответствующих данных. При слишком высоких вибрациях уменьшается нагрузка, а если вибрации доходят до критических значений, осуществляется останов гидроагрегата.

Другой пример: для обеспечения качества питьевой воды проводится мониторинг показателей как водоисточника, так и физико-химических и бактериологических показателей очистки в системе водоочистки. Если прогноз состояния системы неблагоприятен (когда характеристики качества питьевой воды перестают удовлетворять требованиям) происходит пересмотр доз реагентов или добавление чистой воды. Недостаточная эффективность контроля может привести как к

необоснованным остановкам системы, так и к пропускам неисправностей.

Мониторинг стабильности показателей функционирования систем может быть осуществлен с использованием методов статистического мониторинга процессов. Основным из этих методов является применение контрольных карт Шухарта, регламентированных стандартами. Однако сложные технические системы характеризуются наличием множества коррелированных показателей функционирования, для которых использование стандартных подходов приводит к существенным погрешностям: необходимо применение многомерных методов.

Многомерный контроль среднего уровня процесса осуществляется на основе алгоритма Хотеллинга, который к настоящему времени сравнительно хорошо изучен. Для мониторинга многомерного рассеяния используется алгоритм обобщенной дисперсии: предполагается, что рассеяние множества показателей можно охарактеризовать с помощью обобщенной дисперсии – определителя ковариационной матрицы. Контроль на основе этого алгоритма дисперсии стал активно применяться лишь с 90-х годов прошлого века, однако вопросы, связанные с эффективностью такого подхода изучены недостаточно; это обстоятельство и обуславливает актуальность исследования.

**Объектом исследования** в диссертационной работе является стабильность функционирования сложных технических систем по критерию многомерного рассеяния, в частности, рассматривается приложение предложенных методов и алгоритмов к оценке стабильности вибраций гидроагрегата, анализу исправности системы водоочистки, технологии производства минераловатных теплоизоляционных плит.

**Предметом** исследования являются методы и алгоритмы, обеспечивающие повышение эффективности контроля стабильности рассеяния показателей функционирования сложных технических систем.

**Область исследования** соответствует двум пунктам паспорта специальности 05.13.01 Системный анализ, управление и обработка информации (информационные технологии и промышленность).

П.4. Разработка методов и алгоритмов решения задач системного анализа, оптимизации, управления, принятия решений и обработки информации: в диссертационном исследовании разработаны методы и алгоритмы оптимизации параметров контроля рассеяния показателей функционирования сложных технических систем с целью повышения эффективности управления.

П.11. Методы и алгоритмы прогнозирования и оценки эффективности, качества и надежности сложных систем: предложенные методы повышения эффективности многомерного статистического контроля рассеяния обеспечивают прогнозирование возможных нарушений и повышение надежности функционирования сложных технических систем.

### **Цель работы**

– обеспечение стабильности функционирования сложных технических систем на основе более эффективных методов и алгоритмов контроля показателей работы этих систем по сравнению с картой обобщенной дисперсии.

### **Для достижения поставленной цели решаются задачи:**

- разработка методов и алгоритмов оптимизации параметров многомерного статистического контроля рассеяния показателей функционирования сложных технических систем на основе алгоритма обобщенной дисперсии по двум критериям: минимизации времени до обнаружения нарушения и минимизации стоимости контроля;
- разработка методов повышения эффективности контроля на основе алгоритма обобщенной дисперсии;
- разработка программы для реализации испытаний по оценке

эффективности многомерного статистического контроля рассеяния и проведение таких испытаний;

- разработка алгоритма и программы для многомерного статистического контроля показателей функционирования сложных технических систем с применением разработанных методов;

- оценка эффективности разработанных методов и программных средств и численное исследование на реальных технических объектах.

### **Методы исследования**

При решении задач исследования применялись методы системного анализа, теории вероятности, математической статистики, численные методы и методы оптимизации. При разработке программного комплекса использовались методы объектно-ориентированного программирования.

### **Научной новизной** обладают:

- впервые разработанные методы поиска оптимальных значений объема выборки, частоты взятия выборок и положения контрольных границ для алгоритма обобщенной дисперсии при мониторинге рассеяния многопараметрического процесса, отличающиеся от существующих методов выбора этих параметров возможностью минимизации времени до обнаружения нарушения и стоимости контроля;

- предложенные новые методы повышения эффективности контроля многомерного рассеяния, отличающиеся от стандартного алгоритма использованием дополнительных критериев для обнаружения признаков нарушения процесса: эффективность этих методов подтверждена проведением статистических испытаний и обработкой информации по показателям функционирования для реальных технических объектов;

- полученные с использованием предложенных методов и алгоритмов новые результаты численного исследования стабильности функционирования реальных технических объектов, отличающиеся

применением поиска структур специального вида и предупреждающей границы на карте обобщенной дисперсии;

- алгоритмы и программы статистического контроля коррелированных показателей функционирования сложных технических систем, отличающиеся использованием разработанных методов с целью повышения эффективности контроля многомерного рассеяния.

**Достоверность** проведенного исследования обеспечивается корректным применением методов системного анализа, теории вероятности, математической статистики, численных методов, методов оптимизации, методов объектно-ориентированного программирования, а также подтверждается результатами проведенных испытаний.

**Теоретическая значимость работы** состоит в разработке новых методов и алгоритмов поиска оптимальных параметров многомерного контроля рассеяния, обеспечивающих повышение эффективности мониторинга показателей функционирования сложных технических систем.

**Практическая значимость работы** заключается в том, что, использование разработанного программного обеспечения на основе предложенных методов обеспечивает повышение стабильности функционирования и надежности работы технических объектов.

**Основные научные положения, выносимые на защиту:**

1) Разработанные методы поиска значений объема выборки, частоты взятия выборок и положения контрольных границ алгоритма обобщенной дисперсии обеспечивают в зависимости от поставленной задачи минимизацию времени обнаружения нарушения стабильности процесса функционирования технического объекта или затраты, связанные с контролем.

2) Предложенные новые методы мониторинга многомерного рассеяния с использованием поиска структур специального вида, применения предупреждающей границы и алгоритма экспоненциально

взвешенных скользящих средних обеспечивают повышение эффективности контроля стабильности функционирования сложных технических систем по сравнению со стандартной картой обобщенной дисперсии.

3) Полученные с использованием предложенных методов и алгоритмов результаты численного исследования стабильности функционирования реальных технических систем свидетельствуют об эффективности этих подходов.

4) Разработанные алгоритмы и программы многомерного статистического контроля показателей функционирования сложных технических систем с применением предложенных методов могут быть использованы при решении практических задач обеспечения стабильности функционирования технических систем.

#### **Реализация и внедрение результатов работы.**

Диссертационная работа выполнялась при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Ульяновской области по проекту №18-48-730001.

Результаты исследования внедрены в ООО «Евроизол» (г. Ульяновск) при разработке технологии производства минераловатных теплоизоляционных плит для контроля прочностных показателей.

Результаты диссертационной работы также используются в учебном процессе Ульяновского государственного технического университета в дисциплинах «Теория надежности», «Статистический контроль и управление процессами», «Статистические методы прогнозирования», читаемых студентам, обучающихся в бакалавриате и магистратуре по направлению «Прикладная математика», а также «Статистические методы в управлении качеством» по направлению «Управление качеством».

**Апробация работы.** Результаты исследования докладывались на научно-технических конференциях Ульяновского государственного технического университета в 2017 – 2022 г.г., на Международном форуме

«Метрологическое обеспечение инновационных технологий» (Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2021 и 2022 г.г.), на Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (Алушта, 2020 г.), на Международной конференции и молодежной школе «Информационные технологии и нанотехнологии» (Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 2020 и 2021 г.г.), на Международной научно-технической конференция «IT-технологии: развитие и приложения» (Владикавказ, 2018 г.), на Международной научно-технической конференции «Перспективные информационные технологии» (Самарский научный центр РАН, 2018 г.), на научно-практической международной конференции молодых ученых «Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук» (Тольятти, 2019 г.), и других.

**Публикации по теме диссертации.** По результатам диссертационного исследования опубликованы 22 научные работы (из них четыре статьи без соавторов), в том числе восемь статей в журналах по перечню ВАК и четыре статьи в изданиях, индексируемых Scopus. Получены два свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

**Сведения о личном вкладе автора.** Постановка задач исследования осуществлялась совместно с научным руководителем. Все основные теоретические и практические исследования проведены автором диссертационной работы самостоятельно.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка использованных источников из 110 наименований. Объем диссертации составляет 149 страниц, включая 70 рисунков, 2 таблиц и приложения, в которых представлены копии документов о внедрении результатов проведенных исследований и свидетельств о государственной регистрации разработанных программ.

# **ГЛАВА 1. ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ МНОГОМЕРНОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

## **1.1. Контроль независимых показателей функционирования объекта**

### **1.1.1. Контрольные карты Шухарта**

Начало методам статистического контроля процессов отсчитывается с 1924 года, с тех пор как Уолтер Шухарт – инженер-математик из лаборатории Белла (Bell Telephone Laboratories) предложил концепцию контрольных карт. В основе этой концепции лежит идея раннего обнаружения несоответствий на основе методов математической статистики и теории вероятностей, что позволяет поддерживать процесс в стабильном состоянии. Основными достоинствами данного инструмента являются простота в использовании, снижении производственных издержек и повышение производительности труда. Эти методы вначале использовались для контроля технологических процессов, позднее были применены и для контроля стабильности функционирования любых технических систем.

С помощью карт Шухарта можно отследить ход процесса и воздействовать на него, предупреждая возможные отклонения его от предъявляемых к процессу требований. Отклонение исследуемой характеристики процесса от целевого значения возникает вследствие изменчивости (вариабельности) различных факторов, влияющих на процесс. Определение характера и величины изменчивости является основной задачей применения контрольных карт [2, 62].

Контрольная карта Шухарта – это визуальный инструмент, отображающий последовательность выборок, характеризующих текущее состояние процесса. Типичная карта Шухарта представлена на рис. 1.1. Эта карта иллюстрирует средние значения измерений контролируемой

характеристики в выборках, взятых из процесса с некоторой периодичностью во времени. Карта имеет центральную линию (CL) и верхнюю и нижнюю контрольные границы (UCL и LCL) – это границы соответствующего доверительного интервала:

$$UCL, LCL = \mu_0 \pm \frac{u_{1-\alpha/2} \sigma}{\sqrt{n}}, \quad (1.1)$$

где  $\mu_0$  – целевое среднее,  $\sigma$  – стандартное отклонение,  $n$  – объем выборки,  $u_{1-\alpha/2}$  – квантиль нормального распределения порядка  $1 - \alpha/2$  ( $\alpha$  – уровень значимости).



Рисунок 1.1 – Вид контрольной карты

Выход какой-либо точки за контрольные границы говорит о нарушении процесса, хотя, следует отметить, что это еще не сигнализирует о выходе контролируемой характеристики за допустимые физические пределы, т.к. объектом управления является именно уровень процесса и его изменение требует коррекции процесса.

Каждая выборка формируется в течение малого промежутка времени. Интервал между моментами формирования выборок выбирается с учетом особенностей конкретного процесса. Для объема выборки определяется компромиссное значение из следующих соображений. При повышении объема выборки увеличивается точность оценки внутригрупповой вариации и состояния процесса в данный момент

времени. При уменьшении объема выборки снижается влияние изменчивости процесса на значение выборочного среднего.

Построение контрольных границ также осуществляется исходя из статистических критериев. Положение контрольных границ зависят от вида контрольной карты и выбираются таким образом, чтобы выход точки за границы доверительного интервала сигнализировал о нарушении процесса. В контрольных картах Шухарта как правило применяют трехсигмовые контрольные границы, т.е. отвечающие правилу трех сигм ( $\alpha = 0,0027$ ,  $u_{1-\alpha/2} = 3$ ), согласно которому 99,73% значений случайной величины лежит не далее трех стандартных отклонений в обе стороны от среднего значения. Установление таких границ объясняется не только со статистической точки зрения, но и с экономической, так как при использовании карт возникают ошибки первого и второго рода.

Ошибка первого рода (уровень значимости) возникает, когда карта показывает выход точки за границы доверительного интервала, хотя в действительности процесс стабилен, поэтому ее еще называют «риском ложной тревоги» и обозначают  $\alpha$ . Появление данной ошибки вынуждает останавливать процесс для его анализа, поэтому чем чувствительнее настроен процесс, тем он иногда приносит больше вреда, чем пользы.

Ошибка второго рода появляется, когда контрольная карта свидетельствует о стабильности процесса, хотя в действительности произошло его нарушение. В результате действия по наладке процесса не производятся, данная ошибка приводит к потерям, ее еще называют «риском пропуска события» и обозначают  $\beta$ .

Вероятность ложной тревоги тесно связана с вероятностью пропуска нарушения: при уменьшении вероятности одной из ошибок, вероятность другой увеличивается. Графическое представление ошибок первого и второго рода представлено на рис. 1.2.

Частота ошибок первого и второго рода для карт с трехсигмовыми пределами, как правило, невелика. Поэтому, когда какая-либо точка на

карте выходит за границы доверительного интервала, необходимо найти причину нарушения процесса и устранить ее, после чего процесс вернется в стабильное состояние.

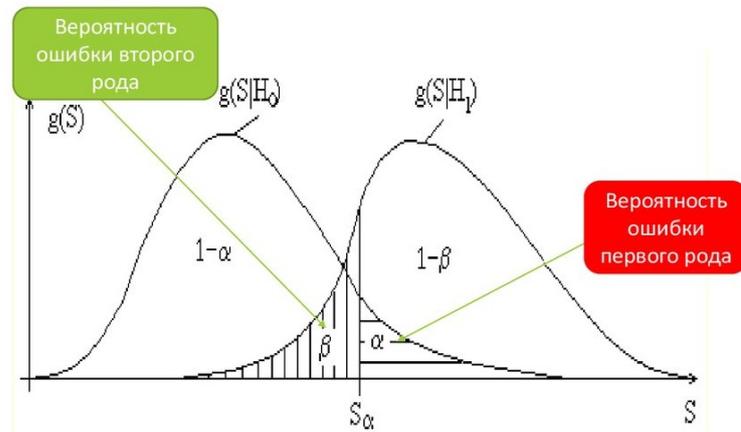


Рисунок 1.2 – Ошибки первого и второго рода

Для анализа стабильности процесса исследуются две статистические характеристики – стандартное отклонение и среднее арифметическое значение, которые должны быть стабильны во времени. Таким образом строятся две контрольные карты: для мониторинга разброса процесса (карта размахов или карта стандартных отклонений) и для контроля среднего уровня процесса (карта средних значений или карта медиан). Совместный анализ двух контрольных карт позволяет более точно определять момент нарушения процесса.

Использование контрольных карт позволяет:

- 1) определить, находится ли процесс функционирования объекта в стабильном состоянии,
- 2) оценить, соответствует ли контролируемый показатель установленным для него требованиям;
- 3) регулировать ход процесса, вовремя принимая корректирующие и предупреждающие действия;
- 4) предсказать поведение процесса в недалеком будущем на основе предыдущей информации о процессе.

### 1.1.2. Анализ чувствительности карт Шухарта к возможным нарушениям процесса

Чувствительность карты к потенциальному нарушению процесса оценивается по средней длине серий ( $L$ ) – числу взятых выборок от момента появления нарушения до момента его фиксации картой. Эта характеристика оценки чувствительности выбранного алгоритма контроля может быть рассчитана как эмпирически, путем проведения многочисленных статистических испытаний, так и аналитически, путем вычислений по соответствующим формулам.

Среднюю длину серий, как математическое ожидание соответствующей дискретной случайной величины можно вычислить по формуле [68]

$$L = \sum k [1 - P]^{k-1} P = P^{-1}, \quad k=1, 2, \dots \quad (1.2)$$

где  $P$  – вероятность выхода показателя за контрольные пределы в конкретной выборке с номером  $k$ .

Вероятность нахождения процесса в стабильном состоянии  $\bar{P}_x(\delta)$  – это вероятность того, что среднее значение попадет между контрольными границами и равна

$$\begin{aligned} \bar{P}_x(\delta) &= P\left(\mu_0 - \frac{u_{1-\alpha/2}\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} < \mu_0 + \frac{u_{1-\alpha/2}\sigma}{\sqrt{n}}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{\mu_0 + \frac{u_{1-\alpha/2}\sigma}{\sqrt{n}} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) - \Phi\left(\frac{\mu_0 - \frac{u_{1-\alpha/2}\sigma}{\sqrt{n}} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{\delta}{\sqrt{n}} + u_{1-\alpha/2}\right) - \Phi\left(\frac{\delta}{\sqrt{n}} - u_{1-\alpha/2}\right). \end{aligned} \quad (1.3)$$

где  $\mu_0$  – целевое среднее процесса;  $u_{1-\alpha/2}$  – квантиль нормального распределения порядка  $1 - \alpha/2$ ;  $\sigma$  – стандартное отклонение процесса,  $n$  – объем выборки;  $\delta$  – величина смещения среднего уровня процесса;  $\Phi(x)$  – функция стандартного нормального распределения.

Тогда вероятность нестабильного состояния процесса  $P_x(\delta)$  будет определяться

$$P_x(\delta) = 1 - \bar{P}_x(\delta) = \Phi(\delta/\sqrt{n} - u_{1-\alpha/2}) - \Phi(-\delta/\sqrt{n} - u_{1-\alpha/2}) \quad (1.4)$$

Средняя длина серий для карты средних значений вычисляется по формуле

$$L_x(\delta) = [\Phi(\delta/\sqrt{n} - u_{1-\alpha/2}) - \Phi(-\delta/\sqrt{n} - u_{1-\alpha/2})]^{-1} \quad (1.5)$$

По аналогии может быть найдена и средняя длина серий для карты стандартных отклонений.

$$\begin{aligned} P_s(\varepsilon) &= P\left(S < \sigma_0 \sqrt{\frac{1}{n-1} \chi_{1-\alpha}^2(n-1)}\right) \quad (1.6) \\ &= 1 - P\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < \frac{\chi_{1-\alpha}^2(n-1)}{\varepsilon^2}\right) = 1 - F\left(\frac{\chi_{1-\alpha}^2(n-1)}{\varepsilon^2}\right), \end{aligned}$$

где  $S$  – стандартное отклонение;  $\chi_{1-\alpha}^2(n-1)$  – квантиль распределения хи-квадрат с  $(n-1)$  степенью свободы;  $F(x)$  – функция распределения хи-квадрат с  $(n-1)$  степенью свободы;  $\varepsilon$  – величина смещения.

$$L_s(\varepsilon) = \left[1 - F\left(\frac{\chi_{1-\alpha}^2(n-1)}{\varepsilon^2}\right)\right]^{-1}, \quad (1.7)$$

При контроле процесса с помощью двойной карты, обе карты должны демонстрировать стабильность процесса. Тогда вероятность нахождения процесса в стабильном состоянии определяется произведением вероятностей (1.4) и (1.6).

$$\bar{P}_{x,s}(\delta, \varepsilon) = (1 - P_x(\delta))(1 - P_s(\varepsilon)), \quad (1.8)$$

а средняя длина серии определяется

$$L_{x,s}(\delta, \varepsilon) = [1 - (1 - P_x(\delta))(1 - P_s(\varepsilon))]^{-1}. \quad (1.9)$$

Сравнив средней длины серии при разных значениях смещения и вероятности ложной тревоги [44], можно утверждать, что использование двойной карты предпочтительнее, чем одинарной.

### 1.1.3. Методы повышения эффективности контроля независимых показателей

Эффективность контрольной карты связана с ее чувствительностью к возможным нарушениям процесса, т.е. насколько быстро карта заметит это

нарушение и подаст сигнал. Для большинства процессов эта характеристика карты крайне важна, т.к. пребывание процесса в нестабильном состоянии может привести к необратимым последствиям. Применяются различные подходы, чтобы увеличить чувствительность контроля, к числу которых относятся использование предупреждающей границы, анализ неслучайных структур на карте, применение карт кумулятивных сумм и экспоненциально взвешенного скользящего среднего и другие [61, 64, 101].

Особенностью практического применения одномерных контрольных карт Шухарта является быстрое обнаружение ими большого длительного смещения среднего уровня процесса. Вместе с тем, эти карты менее чувствительны к сравнительно небольшим сдвигам среднего уровня и не отражают тенденций его изменения, т.к. не принимаются в расчет данные прошлых выборок [71]. В связи с этим в 1959 г. С. Робертсом была предложена карта экспоненциально взвешенного скользящего среднего (EWMA-карта), позволяющая учитывать результаты предыдущих периодов и, тем самым, обнаруживать малые постоянные изменения уровня и изменчивости процесса. Поэтому их еще называют картами с памятью [1].

В основе данного метода лежит принцип экспоненциального сглаживания [77]. На EWMA-карте откладываются значения экспоненциально взвешенных скользящих средних, которые рассчитываются по формуле [1, 68, 71, 77, 101]

$$z_i = \lambda \cdot x_i + (1 - \lambda) \cdot z_{i-1}, \quad (1.10)$$

где  $z_i$  – текущее расчетное значение;  $z_0$  – начальное значение, которое соответствует целевому значению процесса  $\mu_0$ ;  $\lambda$  – весовой коэффициент сглаживания EWMA из интервала  $0 < \lambda < 1$  (при  $\lambda = 1$  EWMA-карта преобразуется в карту Шухарта);  $x_i$  – среднее значение текущей выборки;  $z_{i-1}$  – предыдущее расчетное значение.

Вес соответствующего значения выборки уменьшается с течением времени и имеет экспоненциальное распределение. EWMA-карта работает с данными, распределение которых может отличаться от нормального, т.к. они представляют собой среднее взвешенное всех наблюдений. Одновременно со сглаживанием полученные данные показывают общую тенденцию изменения процесса [71, 77, 107].

Границы регулирования вычисляются по формулам [87, 93, 95, 101, 107]

$$UCL, LCL = \mu_0 \pm H \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)^i} [1 - (1-\lambda)^{2i}]}, \quad (1.11)$$

где  $H$  – коэффициент, определяющий ширину доверительного интервала;  $\sigma$  – стандартное отклонение процесса;  $\lambda$  – весовой коэффициент.

При увеличении  $i$  значение  $[1 - (1 - \lambda)^{2i}]$  из (1.11) приближается к 1. Т.е. после анализа нескольких выборок контрольные границы приблизятся к установившимся величинам [87, 101]

$$UCL, LCL = \mu_0 \pm H \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)^i}} \quad (1.12)$$

Пример EWMA-карты представлен на рис. 1.3.

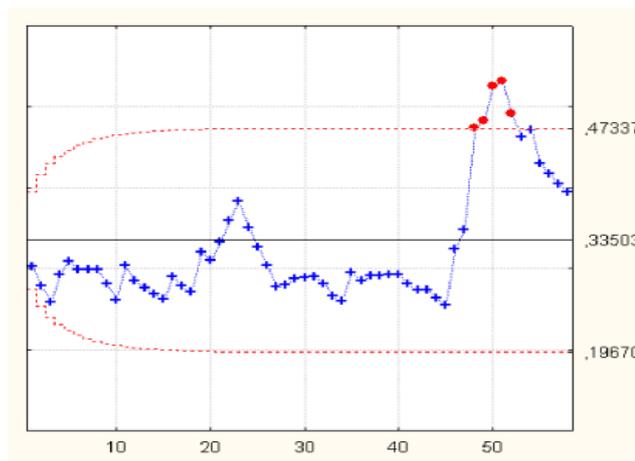


Рисунок 1.3 – Карта экспоненциально взвешенных скользящих средних

При контроле процесса каждая точка, рассчитанная по (1.10) сравнивается с контрольными границами. Если она попала в область между контрольными пределами, то это говорит о стабильности процесса.

Если вышла за границы, то это свидетельствует об аномальности процесса и необходимости его корректировки.

Еще одним эффективным инструментом, позволяющим регистрировать постоянные малые смещения является карта кумулятивных сумм. Здесь в роли контролируемой характеристики выступает сумма отклонений среднего значения выборки  $\bar{X}_t$  от целевого среднего  $\mu_0$  [67, 68]

$$C_t = \sum_{i=1}^t (\bar{X}_i - \mu_0), \quad t=1, \dots, m, \quad (1.13)$$

где  $m$  – количество выборок.

При таком контроле в расчет берутся все результаты от начала контроля, а не только данные текущего наблюдения, т.е. учитывается история процесса. При этом применяются два способа интерпретации карты: схема Барнарда [68] и схема Пейджа.

В схеме Барнарда на карту накладывается шаблон, так называемая V-маска (рис. 1.4). Здесь раствор маски представляет собой границы регулирования, т.е. процесс считается нестабильным если точка попадет за раствор маски.

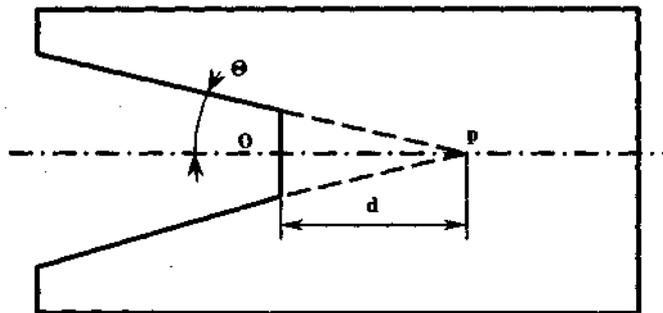


Рисунок 1.4 – V-маска

Скорейшему обнаружению нарушений процесса в случае малых и медленно образующихся смещений контролируемого параметра способствует применение контрольных карт с предупреждающими границами. Для таких карт устанавливается пара дополнительных

предупреждающих границ, размещенных между контрольными границами. При этом область возможных значений разбивается на непересекающиеся подмножества: «целевую» область T, «предупреждающие» области W<sup>+</sup> и W<sup>-</sup> и «критические» области A<sup>+</sup> и A<sup>-</sup> (рис. 1.5).



Рисунок 1.5 – Графическое представление предупреждающих областей на карте

Алгоритм действия контрольной карты с предупреждающей границей состоит в регистрации факта попадания точек (выборочных арифметических средних) в ту или иную область карты. Так, если точки оказались между верхней и нижней предупреждающими границами, делается вывод о стабильности процесса. Если заданное число последовательных точек оказалось между предупреждающей и контрольной границами, то это говорит о выходе процесса из-под контроля. Если же хотя бы одна точка попала за границы доверительной области, принимается решение об остановке процесса и его наладке.

Еще одним подходом, позволяющим повысить эффективность контроля независимых показателей является поиск на контрольной карте структур специального вида, выявление которых говорит о возможном нарушении процесса [80]. Такие структуры желательно учитывать при контроле, если вероятность их возникновения имеет тот же порядок, что и вероятность появления ложной тревоги [69, 70]. В ГОСТ Р 50779.42 описаны восемь таких структур, которые приняты как основные, но

рекомендовано обращать внимание на другие необычные структуры. Если разделить доверительный интервал на шесть равных областей по одному стандартному отклонению каждая и обозначить их А, В, С, С, В, А (рис. 1.6), то эти восемь структур можно представить следующим образом:

1. Одна точка за пределами зоны А (выход за контрольные границы).
2. Девять последовательных точек в зоне С или с любой стороны от центральной линии.
3. Шесть последовательных убывающих или возрастающих точек (тренд).
4. Четырнадцать попеременно убывающих и возрастающих точек (цикличность).
5. Две из трех точек подряд в зоне А или за ее пределами.
6. Четыре из пяти точек подряд в зоне В или за ее пределами.
7. Пятнадцать точек подряд в зоне С ниже или выше центральной линии.
8. Восемь точек подряд по обеим сторонам от центральной линии и ни одной в зоне С.

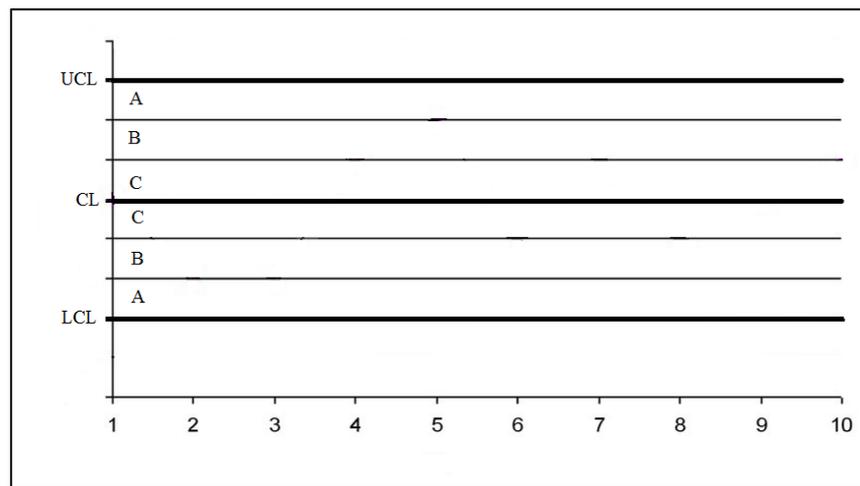


Рисунок 1.6 – Области определения структур специального вида

Более подробное рассмотрение неслучайных структур для карт Шухарта приведено в книге [72].

## 1.2. Многомерный статистический контроль

### 1.2.1. Алгоритм Хотеллинга для контроля среднего уровня процесса

Рассмотренные карты Шухарта, экспоненциально взвешенного скользящего среднего и кумулятивных сумм применимы только в том случае, когда контролируемые показатели некоррелированы: они относятся к методам одномерного статистического контроля [44].

Однако реальные процессы функционирования сложных технических объектов в большинстве случаев описывается несколькими показателями, при этом вариация одного из них вызывает изменение других. Если в этом случае использовать методы одномерного контроля для управления каждым показателем отдельно, с большой долей вероятности возникнут погрешности контроля в виде пропуска нарушения в процессе либо неоправданной остановки процесса для его отладки [62, 94]. Возникают эти погрешности по двум причинам. Во-первых, у независимого и многомерного контроля различные доверительные области. А во-вторых, при наличии корреляции между показателями нельзя установить совместный уровень значимости.

В этом случае применяются методы многомерного контроля, одним из которых является карта Хотеллинга [45], которая предназначена контролировать средний уровень процесса, по аналогии с картами средних и медиан при одномерном контроле. Для создания этой карты через заданные, как правило одинаковые, интервалы времени берутся  $n$  наблюдений за каждым из  $p$  параметров (берутся так называемые мгновенные выборки) и рассчитываются статистики Хотеллинга  $T^2$  для каждой  $t$ -й выборки по формуле

$$T_t^2 = n(\bar{X}_t - \mu_0)^T S^{-1} (\bar{X}_t - \mu_0), \quad (1.14)$$

где  $\bar{X}_t$  – вектор средних в мгновенных выборках,  $\bar{X}_t = (\bar{x}_{t1} \dots \bar{x}_{tp})^T$ ,  $\bar{x}_{ij}$  – среднее арифметическое в  $t$ -й мгновенной выборке ( $t = 1, \dots, m$ ) по  $j$ -му

показателю ( $j = 1, \dots, p$ );  $\mu_0$  – вектор целевых средних,  $\mu_0 = (\mu_1 \dots \mu_p)^T$ , где  $t = 1, \dots, m$ ,

$$\mu_j = \frac{1}{mn} \sum_{t=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ijt}, \quad (1.15)$$

$S$  – выборочная оценка ковариационной матрицы, определяющая рассеяние значений параметров и корреляции между ними; матрица имеет размерность  $p \times p$ , а ее компоненты определяются по формуле

$$S_{jk} = \frac{1}{m(n-1)} \sum_{t=1}^m \sum_{i=1}^n (x_{ijt} - \mu_j)(x_{ikt} - \mu_k), \quad j, k=1, \dots, p. \quad (1.16)$$

Карта констатирует стабильность процесса при выполнении условия  $T^2 < T_{кр}^2$ , где  $T_{кр}^2$  – критическое значение, которое является контрольной границей карты Хотеллинга.

При известной ковариационной матрице у статистики Хотеллинга распределение хи-квадрат. Критическое значение  $T_{кр}^2$  при заданном уровне значимости  $\alpha$  можно определить как квантиль распределения хи-квадрат порядка  $p$ :  $T_{кр}^2 = \chi_{1-\alpha}^2(p)$ .

Если ковариационная матрица неизвестна, критическое значение статистики Хотеллинга, которая имеет нецентральное распределение Хотеллинга, рассчитывается по формуле:

$$T_{кр}^2 = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{1-\alpha}(p, mn-m-p+1), \quad (1.17)$$

где  $F_{1-\alpha}(k_1, k_2)$  – квантиль распределения Фишера с числами степеней свободы в числителе  $k_1$ , в знаменателе  $k_2$ .

В процессах, в которых использование мгновенных выборок невозможно, карта строится по индивидуальным наблюдениям, т.е. объем выборки  $n = 1$ . В этом случае в качестве несмещенных оценок элементов ковариационной матрицы вычисляются скользящие размахи [105]

$$R_{jt} = x_{j,t+1} - x_{jt}, \quad t=1, \dots, m-1, \quad (1.18)$$

$$S_{jk} = \frac{1}{2(m-1)} \sum_{t=1}^{m-1} R_{jt} R_{kt}, \quad (1.19)$$

А граница критической области в данном случае вычисляется по формуле

$$T_{кр}^2 = \frac{p(m-1)}{m-p} F_{1-\alpha}(p, m-p) \quad (1.20)$$

На рис. 1.7 приведен общий вид карты Хотеллинга.

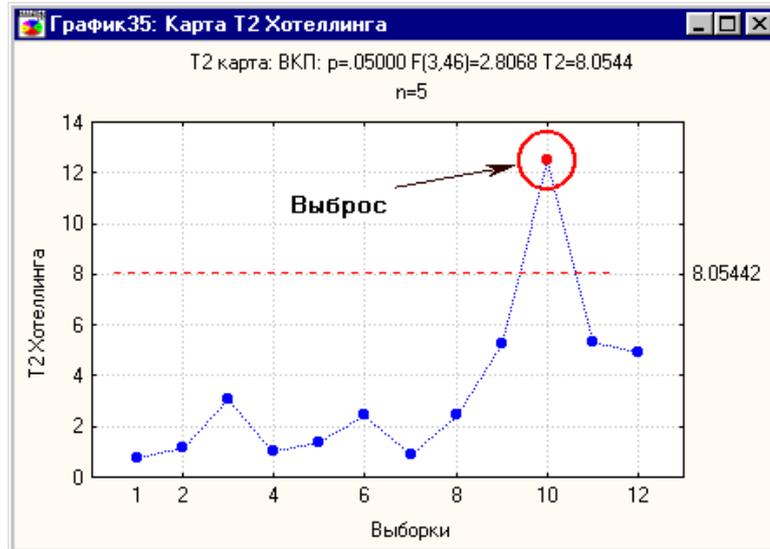


Рисунок 1.7 – Контрольная карта Хотеллинга

Использовать карту Хотеллинга можно только в том случае, когда совместное распределение у показателей процесса соответствует нормальному. В противном случае необходимо провести мероприятия по преобразованию данных, чтобы их распределение хотя бы приблизилось к нормальному.

### 1.2.2. Анализ чувствительности карты Хотеллинга

Чувствительность карты Хотеллинга также, как и карт Шухарта, характеризуется таким параметром как средняя длина серии. При этом зависимости для вычисления средней длины серии карты Хотеллинга при известной и неизвестной ковариационной матрицы будут отличаться.

Т.к. вероятность попадания точки в критическую область равна

$$P_H(\delta) = P(T^2 \geq T_{кр}^2) = 1 - F(T_{кр}^2), \quad (1.21)$$

где  $F(x)$  – функция нецентрального распределение хи-квадрат (в ситуации, когда ковариационная матрица определена);  $F(x)$  – функция нецентрального распределения Хотеллинга [24, 105] (в ситуации, когда ковариационная матрица не определена).

Тогда средняя длина серии карты Хотеллинга при известной ковариационной матрице

$$L_H(\delta) = \left[ 1 - \int_0^{\chi^2_{1-\alpha(p)}} f(t) dt \right]^{-1}, \quad (1.22)$$

где  $f(t)$  – плотность нецентрального  $\chi^2$ -распределения и определяется по формуле

$$f(x) = x^{(p-2)/2} \exp\left(-\frac{x+\lambda^2}{2}\right) * \sum_{t=0}^{\infty} \left[ \frac{\lambda^{2t} x^t \Gamma\left(t+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(t+\frac{p}{2}\right) (2t)!} \right] / \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) 2^{p/2}, \quad (1.23)$$

где  $\lambda$  – параметр нецентральности;  $\Gamma(x)$  – гамма-функция.

При неизвестной ковариационной матрице средняя длина серии рассчитывает по формуле

$$L(\delta) = \left[ 1 - \int_0^{\Gamma_{кр}^2} f(t) dt \right]^{-1}, \quad (1.24)$$

где  $f(t)$  – плотность нецентрального распределения Хотеллинга находится по формуле

$$f(t) = \frac{\exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right)}{(n-1)\Gamma\left(\frac{n-p}{2}\right)} \sum_{t=0}^{\infty} \left[ \frac{(\lambda^2/2)^t \left(\frac{t}{n-1}\right)^{\frac{p}{2}+t-1} \Gamma\left(t+\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(t+\frac{p}{2}\right) \left(1+\frac{t}{n-1}\right)^{\frac{n}{2}+t} (t)!} \right], \quad (1.25)$$

В работе [45] был проведен анализ эффективности карты Хотеллинга по сравнению с картами Шухарта в зависимости от степени коррелированности контролируемых показателей качества и количества этих показателей.

Основные выводы, которые были сделаны в ходе проведенных исследований следующие: в случае отсутствия значимой корреляции между показателями карты Шухарта оказались более эффективными, т.к. полученная средняя длина серий у них меньше, чем у карты Хотеллинга, при этом средняя длина серий карт Шухарта снижается при возрастании

числа показателей, а карт Хотеллинга возрастает (рис. 1.8). При наличии корреляции между показателями средняя длина серии сокращается с увеличением степени взаимосвязи для обеих карт, только при этом карта Хотеллинга становится более чувствительной, чем карты Шухарта (рис. 1.9).

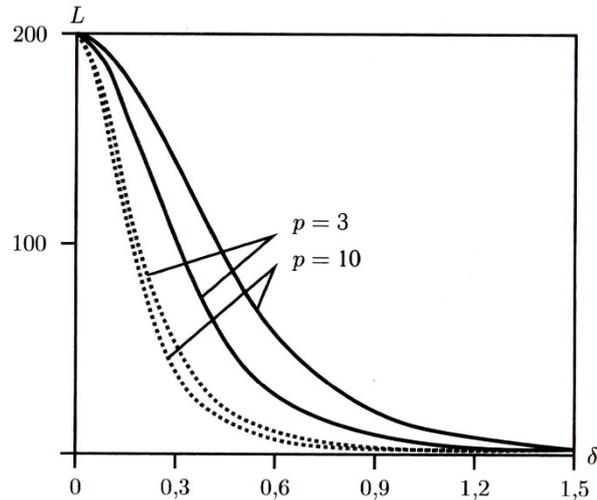


Рисунок 1.8 – Кривые средней длины серий  $L$  при изменении среднего уровня процесса и разном количестве показателей  $p$  карты Хотеллинга (сплошная линия) и карт Шухарта (пунктирная линия)

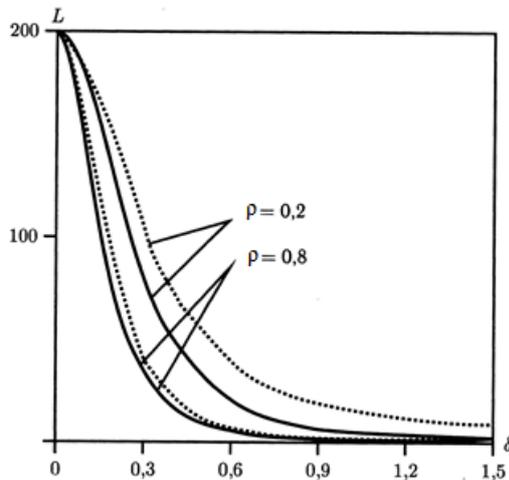


Рисунок 1.9 – График средней длины серий  $L$  при разной степени коррелированности показателей  $\rho$  карты Хотеллинга (сплошная линия) и карт Шухарта (пунктирная линия)

### 1.2.3. Методы повышения эффективности многомерного контроля

Необходимым условием, свидетельствующим о нестабильности процесса при применении карты Хотеллинга, как и при применении других методов статистического контроля, является попадание расчетного значения выборки в критическую область. Однако это условие не всегда является достаточным для оперативного выявления нарушения. С целью сокращения времени реакции карты Хотеллинга на возникшее нарушение процесса могут применяться методы, аналогичные используемым при одномерном контроле с помощью карт Шухарта [108].

В частности, одним из таких методов может выступать анализ карты на наличие неслучайных структур (структур специального вида) [81]. Главным условием объединения точек в неслучайную структуру является то, что вероятность их появления на карте столь же мала, что и вероятность попадания точки в критическую область при стабильном процессе. Тогда наличие таких структур на карте может считаться свидетельством аномального течения процесса, даже если нет выхода за границы регулирования.

Практика применения карт Хотеллинга пока мала, чтобы достоверно определить какие именно структуры точек и на сколько эффективно могут указывать на нарушение процесса. Несмотря на это, некоторые из структур, которые анализируются на картах Шухарта можно приспособить и к карте Хотеллинга.

Практический интерес применительно к карте Хотеллинга могут представлять структуры, проиллюстрированные на рис. 1.10, а именно:

- а) тренд (несколько последовательных точек возрастают или убывают);
- б) приближение к оси абсцисс в диапазоне до  $1/3 T_{кр}^2$  (зона С);
- в) приближение к границе регулирования (зона А);
- г) резкие скачки на значение  $kT_{кр}^2$ ;
- д) цикличность (расположение точек в шахматном порядке).

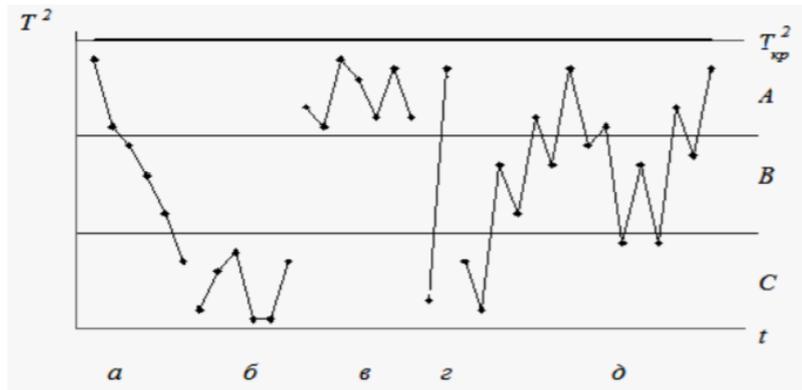


Рисунок 1.10 – Положение неслучайных структур на карте Хотеллинга

Апробация использования анализа неслучайных структур применительно к карте Хотеллинга на примере реальных процессов рассмотрено в таких работах, как [55, 57-60] и продолжает исследоваться до настоящего времени.

Карта Хотеллинга также, как и карты Шухарта при одномерном контроле, в достаточной мере действенна при фиксации больших смещений среднего уровня процесса, но может пропустить малые изменения процесса.

Повысить чувствительность карты Хотеллинга также можно путем модификации с помощью введения предупреждающей границы. Таким образом можно будет более эффективно отслеживать небольшие смещения.

По аналогии с картами Шухарта при введении предупреждающей границы вся область карты делится на три части (рис. 1.11):

- область до предупреждающей границы, попадание в которую означает стабильность процесса (область *A*);
- область между границей регулирования и предупреждающей границей, попадание заданного количества точек в которую говорит о нарушении процесса (область *W*);
- область за контрольной границей, попадание как минимум одной точки в эту область говорит о нарушении процесса (область *C*).

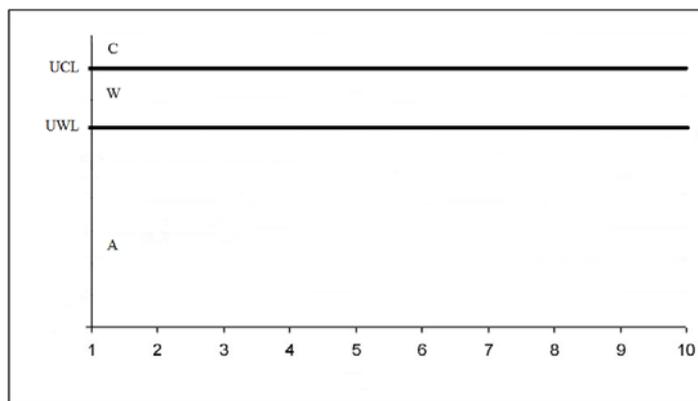


Рисунок 1.11 – Расположение зон на карте Хотеллинга с предупреждающей границей

Основной задачей при использовании этого метода является определение положения предупреждающей границы и необходимого количества точек, которые с достаточной степенью надежности могут свидетельствовать о нарушении стабильности процесса. Для решения этой задачи применяется подход, основанный на теории цепей Маркова [46].

### 1.3. Алгоритмы контроля многомерного рассеяния

Для большей объективности при многопараметрическом контроле процесса также, как и при одномерном, используются двойные контрольные карты, одну – чтобы оценить стабильность вектора средних значений процесса, вторую – его рассеяние. В качестве первой, как уже было сказано, используют контрольную карту Хотеллинга. А для оценки рассеяния процесса используют ковариационную матрицу размерности  $p \times p$ , которая суммирует это рассеяние по всем показателям [5, 49, 53]. На главной диагонали ковариационной матрицы откладываются индивидуальное рассеяние каждого контролируемого показателя, а в качестве других, внедиагональных, элементов матрицы рассчитываются их ковариации. Альт [84] предложил использовать два подхода.

Первый подход — это расширение одномерной карты стандартных отклонений на многопараметрический процесс. При данном подходе

множественно проверяется значимость гипотезы о том, что ковариационная матрица процесса равна заданной константе. Если использовать этот подход, то статистика, которая откладывается на карте для  $i$ -ой выборке находится как

$$W_i = -pn + pn \ln(n) - n * \ln \left( \frac{|A_i|}{|\Sigma|} \right) + \text{tr}(\Sigma^{-1}A_i) \quad (1.26)$$

где  $A_i = (n-1)S_i$ ; а  $S_i$  – выборочная ковариационная матрица  $i$ -ой выборки;  $\text{tr}$  – оператор следа (след матрицы – сумма элементов на главной диагонали).

Процесс вышел из-под контроля, если значение  $W_i$  окажется выше контрольного предела  $UCL = \chi_{\alpha, p(p+1)/2}^2$ .

Второй подход основан на обобщенной дисперсии выборки  $|S|$ . Эту статистику, которая является определителем ковариационной матрицы выборки, широко используют для измерения многомерной дисперсии, предложил Апаризи [85]. Монтгомери и Уодсон [102] использовали асимптотическое нормальное приближение, чтобы развить теорию контрольной карты обобщенной дисперсии. Используются математическое ожидание и дисперсия обобщенной дисперсии, т.е.  $m_{|S|}$  и  $\sigma_{|S|}$ , а также то свойство, что бóльшая часть вероятностного распределения обобщенной дисперсии содержится в трехсигмовом интервале  $m_{|S|} \pm 3\sqrt{\sigma_{|S|}}$ :

$$m_{|S|} = b_1 |\Sigma| \quad (1.27)$$

$$\sigma_{|S|} = b_2 |\Sigma|^2 \quad (1.28)$$

где 
$$b_1 = \frac{1}{(n-1)^p} \prod_{i=1}^p (n-i) \quad (1.29)$$

$$b_2 = \frac{1}{(n-1)^{2p}} \prod_{i=1}^p (n-i) \left[ \prod_{j=1}^p (n-j+2) - \prod_{j=1}^p (n-j) \right] \quad (1.30)$$

Таким образом, параметры карты обобщенной дисперсии

$$UCL = |\Sigma|(b_1 + 3\sqrt{b_2}) \quad (1.31)$$

$$CL = b_1 |\Sigma| \quad (1.32)$$

$$LCL = |\Sigma|(b_1 - 3\sqrt{b_2}) \quad (1.33)$$

При этом, нижний контрольный предел в уравнении (1.33) заменяется на ноль, если расчетное значение меньше, чем ноль.

На практике  $\Sigma$  обычно оценивается выборочной ковариационной матрицей  $S$ , полученной после анализа предварительных выборок. В этом случае мы заменяем  $|\Sigma|$  в уравнениях (1.31) – (1.33) на  $|S|/b_1$ , поскольку уравнение (1.27) показало, что  $|S|/b_1$  это объективная оценка целевой обобщенной дисперсии  $|\Sigma_0|$ . Элементы выборочной ковариационной матрицы  $S$  определяются по формуле

$$\overline{s_{jk}} = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m s_{jkt}, \quad (1.34)$$

где  $s_{jkt}$  – элементы обобщенной дисперсии  $|S_t|$  для  $t$ -ой выборки, которые вычисляются по формуле

$$s_{jkt} = \frac{1}{n-1} \sum (x_{ijkt} - \bar{x}_j)(x_{ikkt} - \bar{x}_k), \quad (1.35)$$

где  $\bar{x}_j$  – среднее значение показателя  $j$ ;  $\bar{x}_k$  – среднее значение показателя  $k$ .

Как видно из формул (1.29), (1.30), применить карту обобщенной дисперсии возможно только в том случае, если установленный объем выборки будет больше количества показателей ( $n > p$ ), т.е. в случае, когда в процессе можно получить результаты только индивидуальных наблюдений, использовать стандартный алгоритм обобщенной дисперсии невозможно.

#### 1.4. Постановка задач исследования

Применение методов статистического мониторинга для проверки стабильности функционирования сложных технических систем помогает предотвратить нарушения стабильности до выхода значений контролируемых показателей процесса за границы допуска.

Однако часто рассмотренные методы контроля недостаточно быстро реагируют на возникающие нарушения, особенно связанные с увеличением многомерного рассеяния – эта проблема до настоящего времени проработана недостаточно. Сократить время нахождения

процесса в нестабильном состоянии позволяет оптимизация параметров контроля, таких как: объема выборки, периодичности взятия выборок и значений контрольных границ.

Большинство методик, основывающихся на перечисленных подходах, направлены на определение оптимальных параметров контроля однопараметрических процессов с использованием контрольных карт Шухарта или многомерного контроля на основе алгоритма Хотеллинга.

Обзор современного состояния проблемы многомерного контроля стабильности функционирования систем позволяет сформулировать следующие задачи:

- исследование существующих методов повышения эффективности статистического контроля и их применимости для оценки обобщенной дисперсии процесса;

- разработка методов и программ для выбора оптимальных параметров алгоритма обобщенной дисперсии;

- сравнительный анализ применения методов повышения эффективности контроля многомерного рассеяния;

- разработка алгоритмов и программного обеспечения для анализа процесса по критерию многомерного рассеяния;

- разработка алгоритмов и программного обеспечения для оценки параметров алгоритма обобщенной дисперсии, обеспечивающих его практическое использование на производстве;

- оценка эффективности функционирования системы контроля сложных технических объектов на примере реальных промышленных объектов.

## ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ КОНТРОЛЯ МНОГОМЕРНОГО РАССЕЙЯНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

### 2.1. Постановка задачи оценивания параметров алгоритма обобщенной дисперсии

Эффективная система контроля показателей функционирования сложных технических объектов помогает обеспечить своевременное действие по обеспечению стабильности работы объекта, информировать о различных нарушениях и отказах, осуществлять их немедленное выявление и устранение с минимальными затратами ресурсов.

Повысить эффективность контроля многомерного рассеяния показателей процесса позволяет подбор оптимальных параметров алгоритма обобщенной дисперсии на этапе подготовки к проведению контроля, а именно: оценка объема выборки  $n$ , периодичности взятия выборок  $h$  и положения контрольных границ  $UCL$  и  $LCL$  [100, 104, 106].

При этом необходимо ответить на три вопроса:

- Насколько большие выборки должны быть использованы?
- Через какой интервал времени берутся выборки?
- Какая вероятность ложной тревоги должна использоваться при определении контрольных границ?

Определение объема выборки зависит как от технических (возможность взятия выборки), так и от экономических ресурсов процесса. При высокой стоимости измерений как, например, при разрушающем контроле, устанавливается минимальный объем выборки (4-5 измерений). Это объясняется тем, что распределение значений выборочной статистики при таком объеме выборки становится нормальным или приближается к нему, даже если распределение самого контролируемого показателя качества отличается от нормального. Если стоимость измерений сравнительно небольшая, можно увеличить объем выборок. Чем больше

объем выборки, тем точнее можно оценить настройку процесса и его разброс в текущий момент времени. Однако если выборка является слишком большой, при наличии в процессе тренда или несистематических изменений в период отбора выборки свойства процесса могут значительно поменяться, и тогда оперативная информация о состоянии процесса может оказаться недостоверной.

Величина интервала между выборками зависит главным образом от организационных и технических условий протекания технологического процесса. В качестве причин, влияющих на периодичность контроля, можно выделить:

- реальную возможность отбора выборок через указанный интервал времени;
- стабильность процесса (интервал между выборками должен быть значительно меньше, чем интервал времени между нарушениями);
- потери, связанные с нарушением процесса функционирования, незамеченные до конца периода времени между выборками;
- стоимость отбора и контроля выборок.

Определение контрольных границ является центральным моментом при планировании контрольных карт. Они определяются таким образом, чтобы при управляемом процессе превысить их можно было только с заданной минимальной вероятностью. Контрольные границы нельзя строить слишком близко к средней линии, иначе даже слабый шум может вызвать появление сигнала о нарушении процесса. С уменьшением расстояния между контрольными границами возрастает вероятность ошибки первого рода (ложной тревоги). Если же границы лежат далеко от средней линии, существует вероятность несвоевременного обнаружения момента нарушения процесса. Другими словами, с увеличением расстояния между контрольными границами возрастает вероятность ошибки второго рода (пропуска перехода) [68].

Наиболее востребованными в настоящее время становятся такие подходы к диагностике процесса, когда достигается высокая стабильность процесса при минимальных затратах.

Разработано несколько подходов к построению контрольных карт, среди них: эвристические методы построения контрольных карт; подходы к построению контрольных карт, основанные на вероятностных или стоимостных критериях; подходы, основанные на одновременном соблюдении вероятностных и стоимостных критериев. Данные подходы отличаются трудоемкостью практической реализации, значениями статистических показателей исследуемых характеристик процесса и объемом затрат на проведение процедуры контроля.

Вероятностный подход характеризует главным образом качество обнаружения нарушений процесса с помощью выбранной карты. Основными критериями эффективности выступают риски принятия ошибочных решений относительно стабильности процесса. Задавая допустимые вероятности ложной тревоги и пропуска перехода, а также величину допустимого смещения уровня настройки процесса, можно выбрать параметры карты  $(k^*, n^*, h^*)$ , удовлетворяющие требованиям процесса.

Применение вероятностного подхода обеспечивает меньшие вероятности ошибок первого и второго рода по сравнению с другими подходами и, следовательно, наибольшее среднее время пребывания процесса в статистически управляемом состоянии. Недостатком подхода является то, что не представляется возможным оценить экономическую эффективность, а, следовательно, и целесообразность применения конкретного подхода (по стоимостным показателям) [43].

В основе стоимостного подхода лежит предположение о том, что основные затраты, связанные с проведением контроля процесса, могут быть некоторым образом оценены. Можно выделить следующие виды затрат:

- затраты на контроль – возрастающая функция объема выборки и убывающая функция промежутка времени между выборками;
- затраты, связанные с приостановкой процесса на время принятия мер по корректировке процесса и являющиеся убывающей функцией интервала времени между выборками;
- затраты, связанные с воздействием необнаруженного смещения среднего уровня процесса – возрастающая функция интервала между выборками.

Контрольные карты, построенные согласно стоимостному подходу, обладают плохими статистическими свойствами, т.е. ведут к большому числу ложных сигналов о нарушении процесса. Невозможно полностью исключить обе ошибки, однако можно регулировать их частоту таким образом, чтобы минимизировать экономические потери от обеих [86].

Оптимальный баланс между качеством обнаружения нарушений и затратами достигается при одновременном соблюдении вероятностных и стоимостных критериев. Вероятностно-стоимостной подход объединяет предыдущие два подхода таким образом, что задача оптимизации состоит в минимизации функции затрат при выполнении ряда статистических ограничений.

Применение вероятностно-стоимостного подхода, благодаря сочетанию стратегий статистического управления процессом, позволяет обеспечивать требуемое качество обнаружения нарушений при оптимальных затратах на контроль в соответствии с техническими и экономическими условиями.

## **2.2. Минимизация времени обнаружения нарушения**

В большинстве случаев положение границ регулирования и объем выборки устанавливаются исходя из статистических критериев в зависимости от назначенной вероятности ложной тревоги и средней длины

серий для обнаружения заданной вариации контролируемого параметра. Периодичность взятия выборок обычно устанавливается интуитивно, на основании особенностей течения конкретного процесса.

Для многих производственных процессов очень важно, чтобы время, в течение которого процесс нестабилен, было минимально. В связи с этим, варьируя параметры контроля (количество измерений в выборке, интервал времени между выборками и положение контрольных границ), можно добиться скорейшего обнаружения нарушений [20, 47, 50].

Основоположником подхода к определению параметров контрольных карт является американский ученый А. Дункан, который применил данный подход для контрольных карт Шухарта.

Исследуемый процесс, согласно подходу А. Дункана, представлен серией независимых циклов восстановления, смена которых происходит после выхода процесса из статистически управляемого состояния, выявления и устранения причин нарушений одного типа [88].

Каждый цикл восстановления можно разделить на четыре временных интервала (рис. 2.1):

(1) интервал времени, в течение которого процесс находится в управляемом (стабильном) состоянии;

(2) интервал времени, в течение которого произошедшее нарушение еще не было обнаружено;

(3) интервал времени, необходимый для взятия выборки и проведения расчетов;

(4) интервал времени между обнаружением нарушения и его устранением.

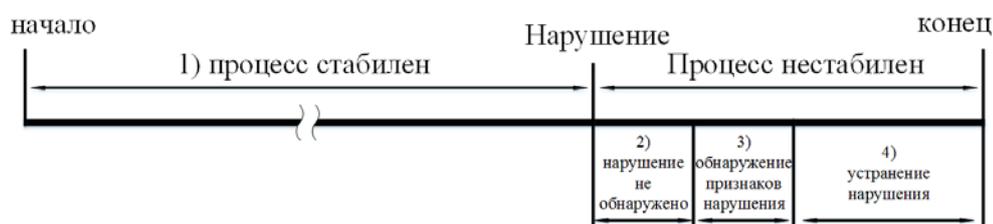


Рисунок 2.1 – Структура цикла регулировки

При построении модели Дункана предполагается, что время начала нарушений подчиняется закону распределения Пуассона с параметром  $\lambda$ , интервал времени от начала контроля до появления нарушения определяется как математическое ожидание  $1/\lambda$ . Полагая, что нарушение произошло в интервале между взятием  $j$  и  $(j+1)$  выборок, прогнозируемое время его появления внутри данного интервала определяется выражением

$$\tau = \frac{\int_{jh}^{(j+1)h} e^{-\lambda h} \lambda (h-jh) dh}{\int_{jh}^{(j+1)h} e^{-\lambda h} \lambda dh} = \frac{1-(1+\lambda h)e^{-\lambda h}}{\lambda(1-e^{-\lambda h})} \quad (2.1)$$

где  $h$  – интервал между выборками.

Подобный подход можно применить и для оптимизации параметров карты обобщенной дисперсии. Самым распространенным нарушением процесса считается резкое скачкообразное повышение рассеяния, т.е. определитель ковариационной матрицы  $\Sigma$ , который является обобщенной дисперсией, возрастет в  $d$  раз по сравнению с определителем ковариационной матрицы стабильного процесса  $\Sigma_0$

$$|\Sigma| = d|\Sigma_0| \quad (2.2)$$

Поскольку число выборок взятых с момента нарушения процесса до появления сигнала от карты является геометрически распределенной случайной величиной со средним  $1/(1-\beta)$ , то длительность нахождения процесса в нестабильном состоянии равна  $h/(1-\beta)-\tau$ , где  $\beta$  – вероятность ошибки второго рода.

Время, необходимое для обработки элемента выборки, предполагается постоянной величиной  $g$ , тогда длина интервала времени, необходимого для взятия выборки и проведения расчетов, равна произведению  $ng$ . Длительность периода поиска нарушения после появления сигнала от карты также предполагается постоянной величиной  $D$ .

Тогда математическое ожидание периода, когда процесса находится в нестабильном состоянии определяется как [88]

$$M(T_0) = \frac{h}{1-\beta} - \frac{1-(1+\lambda h)e^{-\lambda h}}{\lambda(1-e^{-\lambda h})} + ng + D \quad (2.3)$$

Вероятность ошибки второго рода, когда обобщенная дисперсия повысилась, но на карте отсутствуют точки, лежащие в критической области за контрольными границами, вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} \beta &= P(LCL < |\Sigma| < UCL; |\Sigma| = d|\Sigma_0|) = \\ &= \Phi\left[\frac{UCL - m_{|\Sigma|}}{\sigma_{|\Sigma|}}\right] - \Phi\left[\frac{LCL - m_{|\Sigma|}}{\sigma_{|\Sigma|}}\right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

Здесь  $UCL$  и  $LCL$  – границы доверительного интервала для нормально распределенного математического ожидания обобщенной дисперсии [101]

$$m_{|\Sigma_0|} \pm u_{1-\alpha/2} \sigma_{|\Sigma_0|} \quad (2.5)$$

где  $u_{1-\alpha/2}$  – квантиль нормального распределения порядка  $1 - \alpha/2$ ,  $\alpha$  – уровень значимости.

Математическое ожидание и стандартное отклонение обобщенной дисперсии определяются формулами

$$m_{|\Sigma_0|} = b_1 |\Sigma_0| \quad (2.6)$$

$$\sigma_{|\Sigma_0|} = \sqrt{b_2} |\Sigma_0| \quad (2.7)$$

Коэффициенты  $b_1$  и  $b_2$  вычисляются по формулам (1.29), (1.30) соответственно.

В этом случае контрольные границы находятся

$$\left. \begin{array}{l} UCL \\ LCL \end{array} \right\} = |\Sigma_0| (b_1 \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{b_2}) \quad (2.8)$$

При этом, если обобщенная дисперсия повысилась в  $d$  раз, то математическое ожидание и стандартное отклонение находятся по формулам

$$m_{|\Sigma|} = db_1 |\Sigma_0| \quad (2.9)$$

$$\sigma_{|\Sigma|} = d\sqrt{b_2} |\Sigma_0| \quad (2.10)$$

После подстановки формул (2.7) – (2.9) в формулу (2.5) получим вероятность ошибки второго рода при увеличении дисперсии в  $d$  раз

$$\beta = \Phi \left[ \frac{u_1 - \alpha/2}{d} - \frac{b_1(d-1)}{d\sqrt{b_2}} \right] - \Phi \left[ -\frac{u_1 - \alpha/2}{d} - \frac{b_1(d-1)}{d\sqrt{b_2}} \right] \quad (2.11)$$

Таким образом, для оптимизации параметров карты обобщенной дисперсии необходимо по результатам предшествующих исследований определить среднее время пребывания процесса в стабильном состоянии  $1/\lambda$  и приемлемое увеличение обобщенной дисперсии  $d$ , вычислить по обучающей выборке величину целевой обобщенной дисперсии  $|\Sigma_0|$ , зная при этом среднее время обработки одного элемента выборки  $g$  и длительность периода поиска нарушения после его выявления  $D$  [14, 15, 96].

Тогда минимизировав функцию (2.3), можно найти оптимальные значения объема выборки, интервала между выборками и положений контрольных границ, при которых время пребывания процесса в разлаженном состоянии будет минимальным. При этом можно задать дополнительные ограничения  $n_{\min} \leq n \leq n_{\max}$ ,  $h_{\min} \leq h \leq h_{\max}$  и  $\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$ , которые оцениваются специалистом по конкретному процессу:

$$M(T_0) = \frac{h}{1-\beta} - \frac{1-(1+\lambda h)e^{-\lambda h}}{\lambda(1-e^{-\lambda h})} + ng + D \rightarrow \min \quad (2.12)$$

$$\text{при } n_{\min} \leq n \leq n_{\max},$$

$$h_{\min} \leq h \leq h_{\max},$$

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}.$$

### 2.3. Минимизация стоимости контроля

Оптимизация процесса только по критерию минимального периода времени, в течении которого он находится в нестабильном состоянии может оказаться экономически нецелесообразной в условиях реального производственного процесса и привести к тому, что найденные параметры алгоритма обобщенной дисперсии спровоцируют удорожание контроля, т.к. не учитываются такие аспекты как затраты на обеспечение контроля процесса, на настройку процесса в случае его разладки, на напрасную

остановку процесса в случае срабатывания ложной тревоги, и другие затраты. Чтобы этого избежать, в оптимизационную задачу необходимо ввести экономические составляющие [47, 103].

При оптимизации многомерного статистического контроля по критерию стабильности рассеяния может быть использован подход, основанный на стоимостной модели А. Дункана, которую он разработал для контрольных карт Шухарта [89].

При оптимизации параметров алгоритма обобщенной дисперсии по критерию минимизации затрат также, как и в случае минимизации продолжительности нестабильного состояния процесса заранее известны время, необходимое для расчета элемента выборки и время поиска нарушения при его выявлении картой  $D$ . А также по результатам предыдущих данных вычисляются среднее время стабильного процесса  $1/\lambda$ , допустимое увеличение рассеяние процесса  $d$  и величину целевой обобщенной дисперсии  $|\Sigma_0|$ .

При этом почасовые доходы при стабильном и нестабильном состояниях процесса равны  $V_0$  и  $V_1$  соответственно. Затраты на взятие выборки объема  $n$  и обработку результатов можно представить в форме:  $a_1 + a_2 n$ , где  $a_1$  и  $a_2$  – постоянная и переменная составляющие затрат соответственно. Затраты на поиск нарушения процесса принимаются равными величине  $a_3$ , а затраты на исследование сигнала ложной тревоги – величине  $a_3$ .

Исходя из представления цикла в виде суммы четырех интервалов, А. Дункан оценил среднюю продолжительность цикла восстановления как

$$M(T) = \frac{1}{\lambda} + \frac{h}{1-\beta} - \frac{1-(1+\lambda h)e^{-\lambda h}}{\lambda(1-e^{-\lambda h})} + ng + D \quad (2.13)$$

а длительность нестабильного состояния процесса

$$M(T_0) = \frac{h}{1-\beta} - \frac{1-(1+\lambda h)e^{-\lambda h}}{\lambda(1-e^{-\lambda h})} + ng + D \quad (2.14)$$

тогда средние затраты на контроль

$$M(C) = V_0 \frac{1}{\lambda} + V_1 M(T_0) - a_3 - \frac{a_3' e^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}} - \frac{(a_1 + a_2 n)(M(T))}{h} \quad (2.15)$$

Стоимостные характеристики каждого конкретного процесса  $V_0$ ,  $V_1$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_3'$  также предполагаются известными.

В результате, получена целевая функция, которая зависит от параметров карты обобщенной дисперсии и характеристик самого процесса. Чтобы найти оптимальные значения параметров карты обобщенной дисперсии: объема мгновенной выборки  $n$ , интервала между выборками  $h$  и уровня значимости  $\alpha$ , который определяет положение границ регулирования, необходимо минимизировать функцию математического ожидания средних затрат на контроль (2.15) с помощью подходящих численных методов оптимизации.

$$M(C) = V_0 \frac{1}{\lambda} + V_1 M(T_0) - a_3 - \frac{a_3' e^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}} - \frac{(a_1 + a_2 n)(M(T))}{h} \rightarrow \min$$

при  $n_{\min} \leq n \leq n_{\max}$ ,

$h_{\min} \leq h \leq h_{\max}$ ,

$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$ .

(2.16)

Также в качестве дополнительных ограничений специалистом по конкретному процессу обычно задаются минимальные и максимальные значения оцениваемых параметров.

## 2.4. Методы повышения эффективности контроля многомерного рассеяния

### 2.4.1. Поиск структур специального вида

Для повышения эффективности статистического контроля процесса, как уже было сказано, целесообразно оценить наличие на карте структур специального вида, которые наряду с попаданием значения контролируемого показателя выборки за контрольные границы свидетельствуют о нарушении стабильности процесса, т.к. вероятность

возникновения подобных структур во время стабильного хода процесса сравнительно мала.

Так как алгоритм обобщенной дисперсии применим только в условиях нормально распределенных данных, а также основывается на правиле «три сигма», то для повышения эффективности карты обобщенной дисперсии можно использовать тот же метод анализа неслучайных структур точек на карте, что и для карт Шухарта [3, 17, 18].

Целесообразно провести анализ следующих специфических структур на карте обобщенной дисперсии [48, 54]:

- а) шесть последовательно возрастающих или убывающих точек (тренд);
- б) выход хотя бы двух из трех точек подряд за двухсигмовые пределы;
- в) семь последовательных точек с любой стороны от центральной линии;
- г) выход хотя бы четырех из пяти точек подряд за односигмовые пределы;
- д) девять последовательных точек рядом с центральной линией в односигмовых пределах;

Графически перечисленные объединения точек в структуры специального вида проиллюстрированы на рис. 2.2.

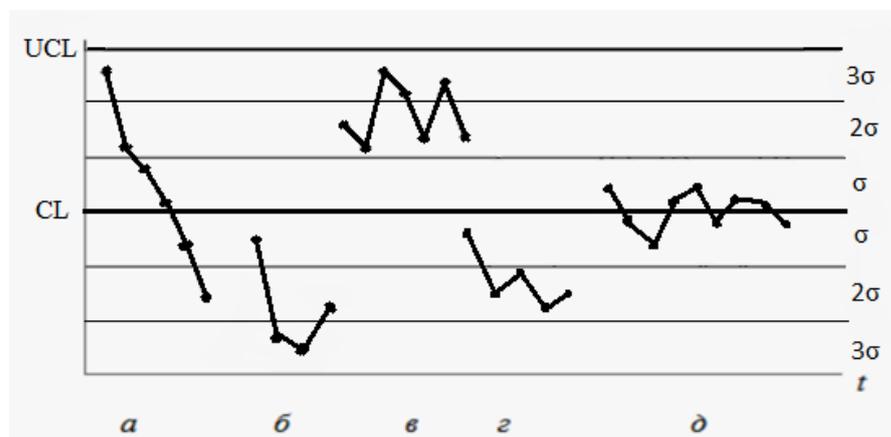


Рисунок 2.2 – Неслучайные структуры на карте обобщенной дисперсии

Обнаружение неслучайных структур, изображенных на рис. 2.2, довольно трудоемкое занятие. Автоматизировать этот процесс можно путем разработки соответствующего программного продукта. На рис. 2.3 представлен интерфейс разработанной программы для построения карты обобщенной дисперсии, на которой все точки находятся в границах доверительного интервала и единственным свидетельством нестабильного состояния процесса является наличие тренда (шесть возрастающих точек подряд). Описание и алгоритм программы представлен в главе 3.

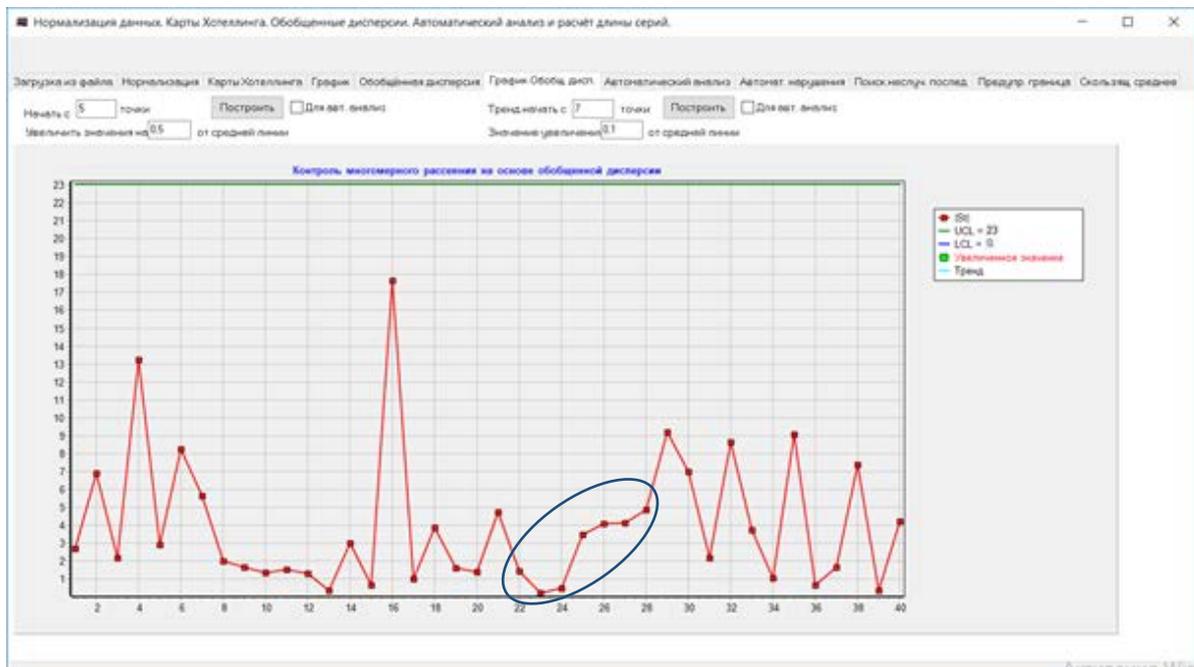


Рисунок 2.3 – Интерфейс программы анализа структур специального вида на карте обобщенной дисперсии

Оценить, насколько применение анализа специфичных структур повышает эффективность контроля многомерного рассеяния по сравнению с обычной картой обобщенной дисперсии можно, сравнив среднюю длину серий каждого метода.

Наиболее частыми нарушениями процесса являются постепенное (тренд) и скачкообразное увеличение рассеяния.

При скачкообразном увеличении рассеяния обобщенная дисперсия  $|\Sigma|$  возрастает в  $d$  раз по сравнению с начальной

$$|\Sigma| = d|\Sigma_0| \quad (2.17)$$

На рис. 2.4 представлена графическая иллюстрация увеличения рассеяния в 1,5 раза начиная с 15 выборки. При этом амплитуда обобщенной дисперсии до ее увеличения находится в пределах от 6 до 9, после увеличения – от 4 до 11.

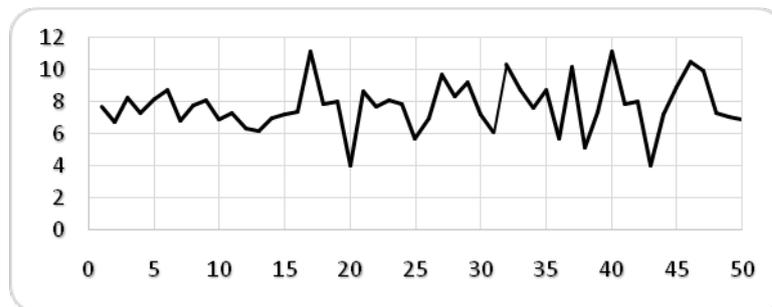


Рисунок 2.4 – Скачкообразное увеличение рассеяния процесса

При постепенном увеличении рассеяния обобщенная дисперсия с некоторой заданной выборки возрастает с определенной интенсивностью.

$$|\Sigma| = [1 + d_0(t - t_0)]|\Sigma_0| \quad (2.18)$$

где  $t$  – текущая выборка,  $t_0$  – выборка, с которой началось увеличение рассеяния,  $d_0$  – характеристика интенсивности тренда.

На рис. 2.5 проиллюстрировано динамика процесса при постепенном увеличении рассеяния на  $d_0 = 0,02$  начиная с выборки  $t_0 = 15$ . Здесь амплитуда, как и в предыдущем случае, держится на уровне от 6 до 9, а после начала нарушения плавно возрастает до уровня 4 – 13.

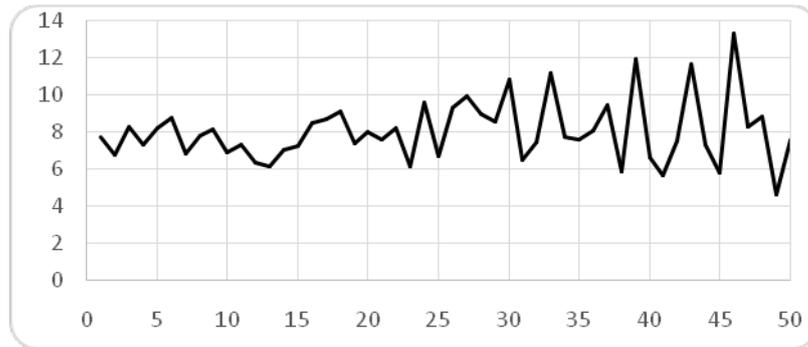


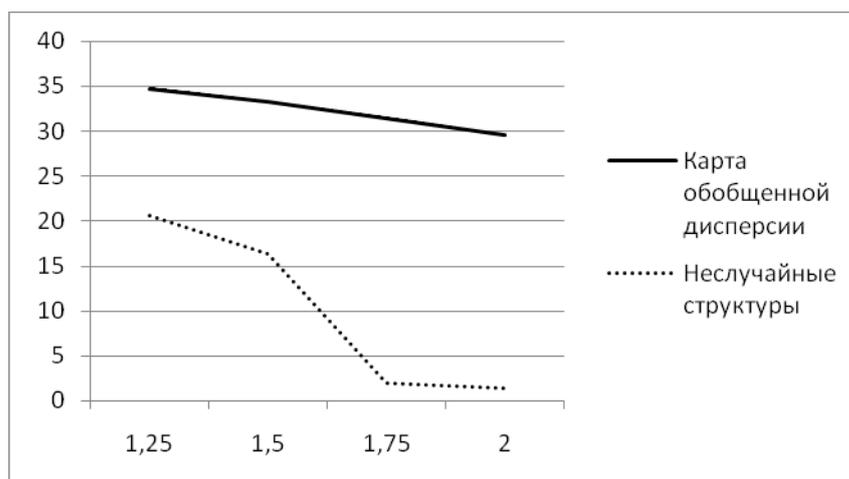
Рисунок 2.5 – Постепенное увеличение (тренд) рассеяния процесса

В работе [8] были проведены результаты соответствующих расчётов. Использовалось множество модельных данных (порядка 1000 выборок) с параметрами, идентичными реальному процессу, на которых с определенной мгновенной выборки задавалось одно из двух самых часто встречающихся типов нарушения процесса: скачкообразное увеличение рассеяния и постепенное (тренд). Для каждой модельной выборки с нарушением подсчитывалось количество мгновенных выборок от той, с которой началось нарушение, до той, которая просигнализирует об этом.

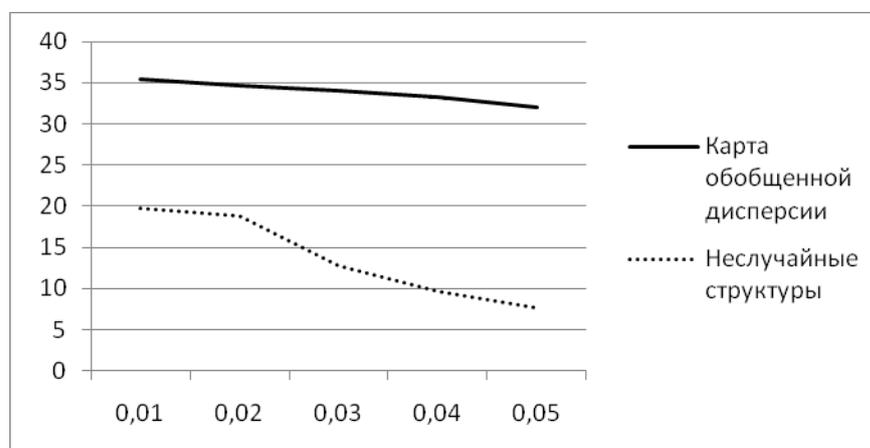
На рис. 2.6 представлены кривые средней длины серии обычной карты обобщенной дисперсии и карты обобщенной дисперсии с учетом неслучайных структур для двух исследуемых видов нарушений. По горизонтали откладывается коэффициент увеличения рассеяния, по вертикали количество выборок, необходимое для обнаружения их картой. Согласно представленным результатам испытаний количество наблюдений, необходимых для диагностирования нарушения стабильности процесса в случае применения анализа неслучайных структур гораздо меньше, чем при обычном контроле, т.к. соответствующая кривая средней длины серий располагается ниже. Это справедливо как для скачкообразного, так и для постепенного увеличения рассеяния.

Так, обычная карта обобщенной дисперсии заметит увеличение рассеяния на 0,01 только через 35 мгновенных выборок, но если при контроле помимо выхода за контрольную границу учесть и появление

нечетких структур, то карта обобщенной дисперсии среагирует уже через 20 выборок, что на 75% быстрее. Следовательно, данный метод весьма эффективен для повышения чувствительности карты обобщенной дисперсии, но при его применении стоит учесть, что чем больше структур будет использовано, тем выше вероятность ошибки первого рода.



а) скачкообразное увеличение рассеяния



б) постепенное увеличение рассеяния (тренд)

Рисунок 2.6 – Кривые средней длины серии карты обобщенной дисперсии

#### 2.4.2. Использование предупреждающей границы

Еще одним способом повышения эффективности статистического контроля многомерного рассеяния является применение карты обобщенной дисперсии, где помимо контрольных границ, которые

регистрируют резкие крупные изменения в процессе, имеется дополнительная область, которая регистрирует незначительные медленно формирующиеся изменения в процессе [48, 54].

Предупреждающая область формируется между предупреждающими и контрольными границами. Тогда вся область потенциальных значений контролируемых параметров разбивается на три области:

а) область, при попадании точек в которую процесс считается стабильным;

б) область, при попадании в которую заданного количества точек считается нарушением стабильности процесса (нахождение в данной переходной области меньшего количества точек не влечет за собой корректировки процесса);

в) область за границей регулирования, в которой наступает нарушение процесса.

Положение предупреждающей границы рассчитывается по формуле:

$$\left. \begin{array}{l} UWL \\ LWL \end{array} \right\} = b_1 |\Sigma_0| \pm B_2 |\Sigma_0| \sqrt{b_2} \quad (2.19)$$

В то время как контрольные границы определяются, как

$$\left. \begin{array}{l} UCL \\ LCL \end{array} \right\} = b_1 |\Sigma_0| \pm B_1 |\Sigma_0| \sqrt{b_2} \quad (2.20)$$

Для определения значений коэффициентов  $B_1$  и  $B_2$  можно воспользоваться стандартом [30], поскольку карты арифметического среднего, как и карты обобщенной дисперсии, строятся на основе правила трех сигма.

Сигналом о выходе процесса из-под контроля служит не только выход точек за контрольную границу, но и попадание заданного количества точек  $k$  подряд в предупреждающую область, выше предупреждающей линии.

При этом, если расчетное значение LCL получилось отрицательным, то LCL и LWL приравниваются к нулю.

Принцип выбора значений  $B_1$  и  $B_2$ , устанавливающих положения контрольной и предупреждающей границ, и количества последовательных точек  $k$  в переходной области, свидетельствующие о разладке процесса, определяется через среднюю длину серий выборок, как главного критерия оценки эффективности процедуры статистического контроля.

В случае отсутствия нарушения процесса, средняя длина серий, т.к. она характеризует среднее число выборок, извлеченных до появления сигнала о нарушении стабильности процесса, при постоянном уровне процесса, будет согласовываться с заданным уровнем значимости  $\alpha$  и являться довольно большой величиной.

В противном случае, при наличии нарушения, быстрота реакции карты на нарушение, определяемая средней длиной серий, должна быть как можно меньше.

Причем сигнал о нарушении процесса и необходимости его регулировки появляется при выполнении одного из условий: попадание контролируемого параметра в критическую область за границу регулирования или попадание  $k$  последовательных точек в переходную область между предупреждающей и контрольной границей.

Выражение для вычисления средней длины серии карты обобщенной дисперсии с предупреждающей границей можно получить, как и в случае с картой Хотеллинга, с помощью теории цепей Маркова.

Рассматривая процесс управления в виде поглощающей цепи Маркова выделяются три состояния:

а) точка находится в области между предупреждающими границами, что говорит о стабильности процесса;

б) точка находится в переходной области, тогда как предыдущая точка – в области, в которой процесс считается стабильным;

в) точка находится в критической области или в переходной области вместе с предыдущими  $(k-1)$  точками.

Точка на карте обобщенной дисперсии может оказаться в области, в которой процесс стабилен с вероятностью  $p$ , в переходную область – с вероятностью  $q$ , а в критическую область – с вероятностью  $1-p-q$ , вероятности  $p$  и  $q$  определяются формулами

$$p = F(UWL) \quad (2.21)$$

$$q = F(UCL) - F(UWL) \quad (2.22)$$

где  $F(x) = \int_0^x f(x)dx$  – функция распределения Уишарта.

Средняя длина серий выборок вычисляется по формуле

$$L = \frac{1-q^k}{1-p-q+pq^k} \quad (2.23)$$

При этом, если  $k = 2$  формула (2.23) примет вид

$$L = \frac{1+q}{1-p-pq} \quad (2.24)$$

Решив оптимизационную задачу по минимизации функции (2.23) можно найти границы предупреждающей и критической областей.

На рис. 2.7 представлена карта обобщенной дисперсии с предупреждающей границей, реализованной в разработанной программе.

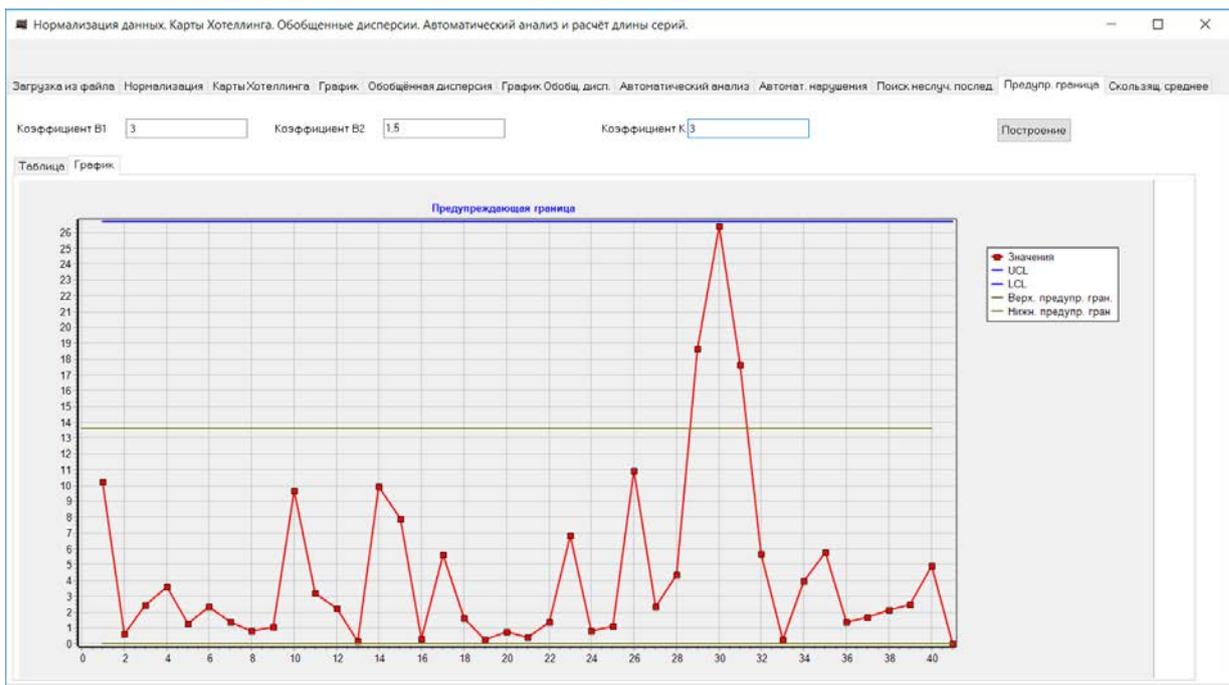


Рисунок 2.7 – Карта обобщенной дисперсии с предупреждающей границей

Как видно из рисунка на карте обобщенной дисперсии три точки подряд попали в предупреждающую область, что свидетельствует о нарушении процесса, хотя ни одна из точек не вышла за контрольные границы.

### 2.4.3. Карта экспоненциально взвешенных скользящих средних

Карта экспоненциально взвешенной скользящей средней позволяет обнаружить небольшие смещения уровня процесса. Применительно к обобщенной дисперсии данный вид карт также может повысить ее эффективность [3, 17, 48, 54].

В основе этого метода лежит идея экспоненциального сглаживания, заключающийся в усреднении расчетных значений, откладываемых на карте, посредством взвешенной скользящей средней. Вес каждого элемента выборки уменьшается с течением времени и имеет экспоненциальное распределение. Данная карта, расчетными значениями которой являются экспоненциально распределенные скользящие средние с весами, будет описывать состояние процесса по всей длине выборок. Благодаря сглаживанию карта становится нечувствительной к непредвиденным промахам и грубым ошибкам в результате контроля, которые часто случаются в технической системе.

При построении данной карты нужно найти ее параметры и расчетные значения. В этом случае значения, наносимые на карту, будут определяться по формуле:

$$E_t = (1 - a)E_{t-1} + a|\Sigma_t| \quad (2.25)$$

где  $a$  – параметр экспоненциального сглаживания ( $0 < a < 1$ );  $E_{t-1}$  – предыдущее расчетное значение;  $|\Sigma_t|$  – обобщенная дисперсия текущей выборки.

Нестабильность процесса определяется как попадание расчетных значений в критическую область за контрольные границы. Контрольные

границы карты экспоненциально взвешенной скользящей средней для обобщенной дисперсии рассчитываются по формуле:

$$\left. \begin{array}{l} UCC \\ LCC \end{array} \right\} = |\Sigma_0| \pm H\sigma_{E_t} \quad (2.26)$$

где  $H$  – параметр, устанавливающий положение границ (обычно берут  $H = 3$ );  $\sigma_{E_t}$  можно найти по формуле:

$$\sigma_{E_t}^2 = \frac{\sigma_{|s|}^2}{n} \frac{\alpha}{2-\alpha} [1 - (1-\alpha)^{2t}] \quad (2.27)$$

где  $\sigma_{|E_t|}$  – оценка стандартного отклонения величин  $E_t$ .

Безусловно итог сглаживания, а также положение контрольных границ зависят от параметра сглаживания. При этом, значение параметра сглаживания не может принимать значения 0 и 1, т.к. при этих значениях теряется сама цель экспоненциального сглаживания, а именно нечувствительность карты к большим погрешностям. Если значение параметра приближается к 1, то влияние предыдущих результатов наблюдений почти несущественно. Если же значение параметра принять близким к 0 – воздействие текущих результатов наблюдений на расчетное значение мало, при этом влияние предыдущих значений очень существенно. Как правило, значение параметра сглаживания принимается равным 0,2.

Еще одним из отличительных признаков данных карт является их гибкость, благодаря чему их можно использовать для контроля различных процессов, оценивать данные в ситуациях неодинаковых выборок и т.д [45].

Пример контрольной карты экспоненциально взвешенной скользящей средней для обобщенной дисперсии представлен на рис. 2.8. В данном случае карта зафиксировала нарушение процесса в выборке 27.

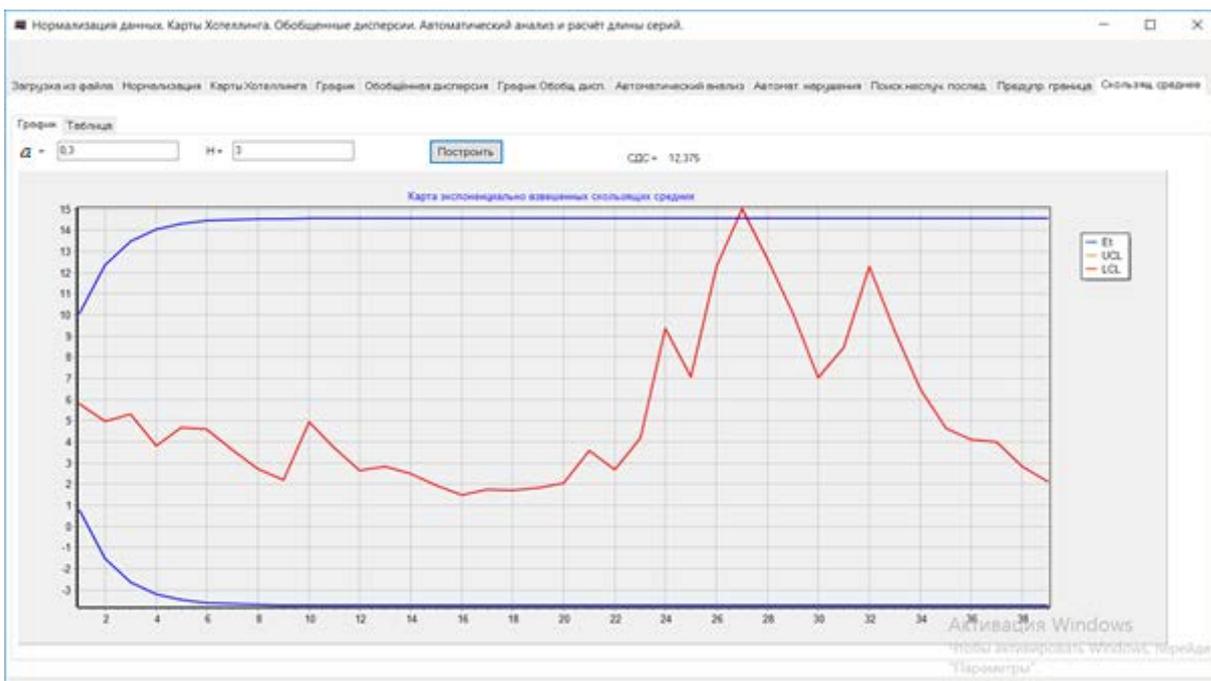


Рисунок 2.8 – Контрольная карта экспоненциально взвешенной скользящей средней для обобщенной дисперсии

#### 2.4.4. Сравнение эффективности предложенных методов

Основной характеристикой для сравнения рассмотренных выше методов повышения чувствительности карты обобщенной дисперсии при мониторинге многомерного рассеяния процесса является средняя длина серий. При этом среднюю длину серий простой карты обобщенной дисперсии можно определить аналитически по формуле (2.28), однако, среднюю длину серий модифицированной карты обобщенной дисперсии (с предупреждающей границей, поиском неслучайных структур и экспоненциально взвешенным скользящим средним) можно определить только путем выполнения большого количества статистических испытаний [21, 39].

$$L(d) = \left[ \Phi \left( \frac{b_1(d-1)}{\sqrt{b_2}} \sqrt{n} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \right) + \Phi \left( -\frac{b_1(d-1)}{\sqrt{b_2}} \sqrt{n} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \right) \right]^{-1} \quad (2.28)$$

Для достоверного проведения статистических испытаний необходимо иметь множество выборок (более 1000). Получить такое количество данных из реального процесса не всегда представляется

возможным и целесообразным, т.к. свойства процесса довольно часто неизвестны и, как следствие, невозможно предсказать результат, полученный при испытаниях. С этой целью необходимо смоделировать последовательности многомерных данных по нормальному закону распределения с векторами средних значений и ковариационными матрицами, аналогичными найденным по обучающей выборке.

Для объективной оценки средней длины серий при различных модификациях контроля необходимо смоделировать потенциальные нарушения процесса.

На каждой смоделированной выборке, которая по своим параметрам соответствует стабильному состоянию реального процесса, с некоторого заданного момента поочередно задаются два перечисленных вида нарушений: скачкообразное увеличение рассеяния от 1,25 до 2 раз с шагом 0,25 (т.е.  $d$  из формулы (2.17) принимает значения 1,25; 1,5; 1,75; 2); плавное увеличение рассеяния при характеристике интенсивности тренда  $d_0 = 0,01; 0,02; 0,03; 0,04$  и  $0,05$  из (2.18).

Для каждой смоделированной выборки рассчитывалась карта обобщенной дисперсии, где и определялась длина серий при соответствующем нарушении в этой выборке. При усреднении полученных данных по всем 1000 выборкам находится средняя длина серии заданного нарушения при соответствующей характеристике  $d$  и  $d_0$ .

В работе [51] были проведены соответствующие расчеты в разработанной программе анализа и контроля процесса по критерию многомерного рассеяния. Результаты этих расчетов проиллюстрированы на рис. 2.7, 2.8.

На рис. 2.9 изображены расчетные точки и их приближение для зависимости средней длины серий (СДС) от параметра  $d$  скачкообразного повышения рассеяния [16]. Для двухпараметрического процесса параболическая регрессионная зависимость выглядит следующим образом

$$L(d) = -6,88d^2 + 18,84d - 0,38 \quad (2.29)$$

Коэффициент детерминации полученной зависимости  $R^2 = 0,996$  говорит о хорошем качестве и прогностической способности модели (2.29).

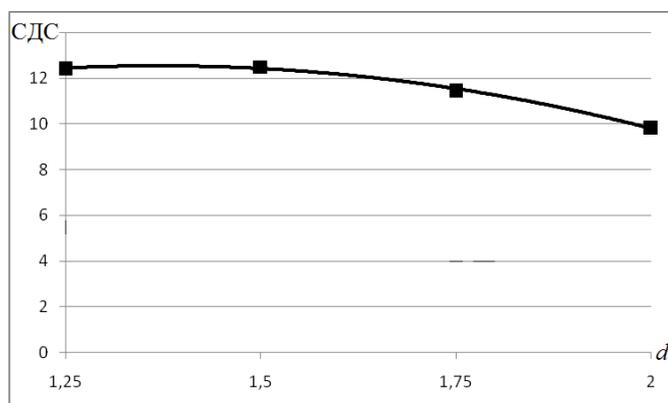


Рисунок 2.9 – Средняя длина серий карты обобщенной дисперсии для скачкообразного увеличения рассеяния

На рис. 2.10 изображены расчетные точки и их приближение линией тренда (т.к. линейная связь в данном случае имеет довольно большую точность) для зависимости средней длины серий (СДС) от параметра  $d_0$  постепенного повышения рассеяния. Для двухпараметрического процесса регрессионная зависимость выглядит следующим образом

$$L(d_0) = 95,6d_0 + 36,54 \quad (2.30)$$

Коэффициент детерминации построенной модели и характеризующий ее качество  $R^2 = 0,982$ .

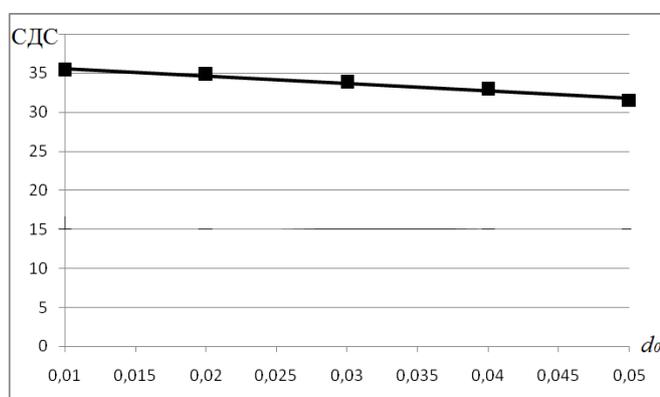


Рисунок 2.10 – Средняя длина серий карты обобщенной дисперсии для постепенного увеличения рассеяния

Как видно из представленных графиков, средняя длина серий при плавном повышении рассеяния гораздо больше, чем при скачкообразном, т.е. резкое увеличение рассеяния карта обобщенной дисперсии вполне очевидно заметит значительно быстрее, чем постепенное [39].

Таким образом, исходя из формулы (2.29), карта обобщенной дисперсии заметит увеличение рассеяния в 1,3 раза через  $L(1,3) = 12,8$  выборков. Для некоторых процессов такое количество малоинформативных выборков недопустимо, т.к. за это время могут возникнуть необратимые последствия.

Сократить время обнаружения разладки процесса обычной картой обобщенной дисперсии можно путем ее замены при диагностике процесса на модернизированную, применяющую или экспоненциальное сглаживание параметров, или предупреждающую границу, или поиск неслучайных структур на карте, тем самым повысив эффективность контроля.

Чтобы количественно оценить действенность данных методов увеличения чувствительности контроля, необходимо провести статистические испытания, аналогичные тем, которые были проведены для простой карты обобщенной дисперсии и рассмотренные выше.

На модельных данных с некоторой выборки  $t_0$  поочередно задавались два уже описанных выше вида нарушения, а также параметры этих нарушений  $d$  и  $d_0$  (в зависимости от того, резкое или плавное увеличение рассеяния исследовалось). Для диагностики нарушений строилась уже модифицированная карта обобщенной дисперсии. Программа фиксировала нарушение в выборке  $t$  и подсчитывала длину серий в данном опыте  $t - t_0$ . А усреднив полученную длину серий в каждом испытании по всем 1000 выборкам, получим среднюю длину серий контрактного метода повышения эффективности мониторинга многомерного рассеяния при конкретном виде нарушения процесса.

На рис. 2.11 приведены кривые зависимости средней длины серий от параметра нарушения процесса  $d$  при резком изменении рассеяния для трех описанных подходов повышения чувствительности алгоритма обобщенной дисперсии в сравнении с обычной картой обобщенной дисперсии.

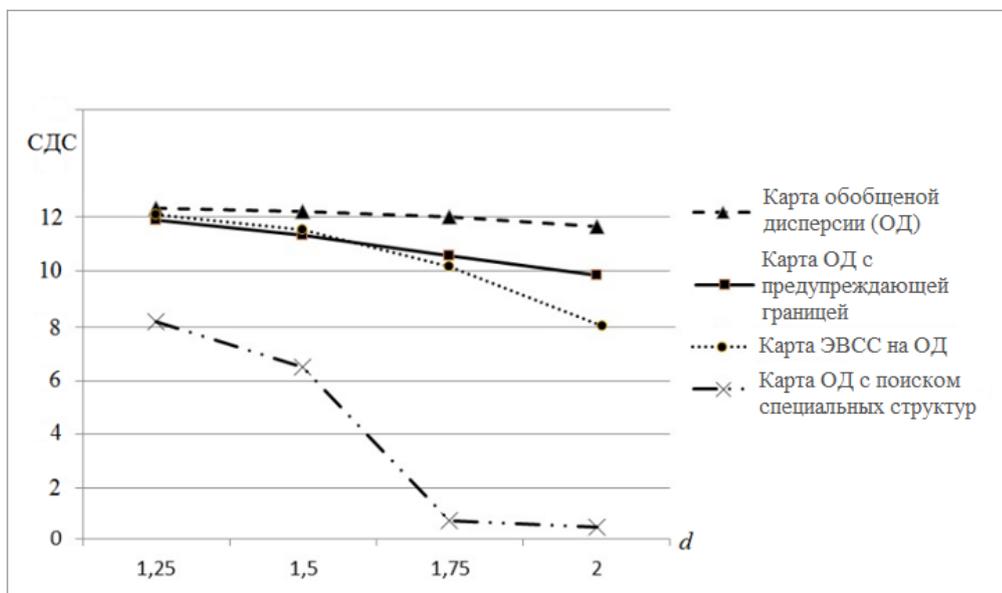


Рисунок 2.11 – Кривая СДС при скачкообразном изменении рассеяния

На рис. 2.12 представлены соответствующие кривые в зависимости от параметра  $d_0$  при плавном увеличении рассеяния.

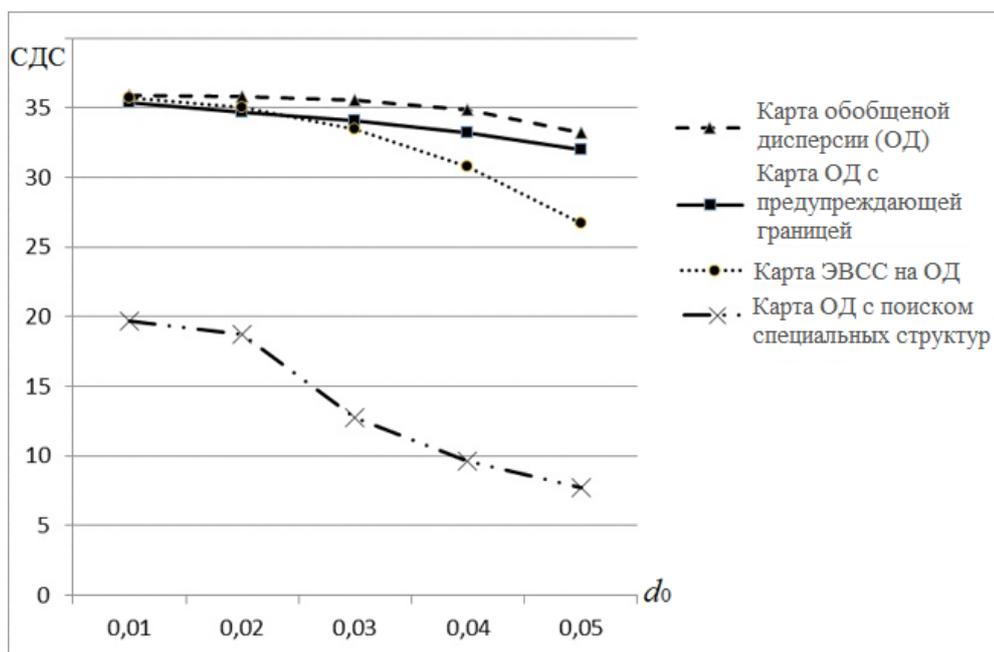


Рисунок 2.12 – Кривая СДС при постепенном изменении рассеяния

Как видно из представленных рисунков самым эффективным подходом повышения чувствительности карты обобщенной дисперсии оказался анализ структур специального вида, т.к. соответствующая кривая находится ниже, чем у других и его средняя длина серий получилась минимальной, т.е. количество выборок, необходимых для обнаружения нарушения после наступления этого нарушения меньше, чем у других методов контроля.

Использование предупреждающей границы и экспоненциального сглаживания результатов вычислений при малых значениях увеличения рассеяния (меньше, чем в 1,5 раза – при резком увеличении и на 0,02 – при постепенном) почти не отражается на чувствительности алгоритма обобщенной дисперсии. Но при больших значениях увеличения рассеяния (при  $d \geq 1,75$  в случае скачкообразного повышении рассеяния и при  $d_0$  – в случае постепенного) эффективность рассмотренных подходов увеличивается.

## **2.5. Особенности контроля рассеяния по индивидуальным наблюдениям**

Алгоритм обобщенной дисперсии применяется для мониторинга многомерного процесса рассеяния. Однако при мониторинге многих процессов, исходя из экономических соображений или технических возможностей процесса, могут использоваться только отдельные наблюдения, и в этом случае традиционный подход неприменим, т.к., во-первых, возникает проблема с оценкой ковариационной матрицы, а во-вторых, в соответствии с формулами (1.29), (1.30) при определении контрольных границ обычной карты обобщенной дисперсии необходимо чтобы количество наблюдений в мгновенной выборке было хотя бы на единицу больше, чем количество контролируемых показателей. Таким образом, необходимо модифицировать алгоритм обобщенной дисперсии

для статистического управления процессом, позволяющий обнаруживать нарушение устойчивости многомерного рассеяния в процессе по отдельным наблюдениям. При одномерном мониторинге для контроля процесса по индивидуальным наблюдениям используется соответствующая карта Шухарта, в которой стандартное отклонение оценивается через скользящий размах [44].

Алгоритм Хотеллинга, который используется для мониторинга среднего уровня многопараметрического процесса, уже адаптирован для работы с отдельными наблюдениями [91, 97-99]. С этой целью было предложено два варианта [110]. Во всех выборочных оценках оценка  $S$  ковариационной матрицы  $\Sigma$  выглядит следующим образом:

$$S = \frac{1}{m-1} \sum_{t=1}^m (x_t - \mu_0)(x_t - \mu_0)^T \quad (2.31)$$

где  $x_t$  – вектор результатов наблюдений.

Критическое значение  $T_{кр}^2$ , определяющее контрольную границу карты Хотеллинга при мониторинге параметра  $p$  и уровне значимости  $\alpha$ , основывается на бета-распределении

$$T_{кр}^2 = \frac{p(m+1)(m-1)}{m^2 - mp} \beta_{\alpha, p/2, (m-p-1)/2} \quad (2.32)$$

где  $\beta_{\alpha, p/2, (m-p-1)/2}$  – квантиль бета-распределения порядка  $\alpha$  и с степенями свободы  $p/2$  и  $(m-p-1)/2$ .

Другой вариант – оценка ковариационной матрицы по размаху выборки: значение скользящего размаха определяется по формуле

$$MR_t = |x_{t+1} - x_t|, t=1, \dots, m-1 \quad (2.33)$$

тогда вектор размахов

$$V^T = (MR_1 MR_2 \dots MR_{t-1}) \quad (2.34)$$

а оценка ковариационной матрицы

$$S = \frac{1}{2(m-1)} V^T V \quad (2.35)$$

Вильямс с соавторами [110] показали, что в этом случае статистика Хотеллинга имеет распределение хи-квадрат с  $p$  степенями свободы. Для

оценки положения контрольной границы используется квантиль распределения хи-квадрат:

$$T_{кр}^2 = \chi_{1-\alpha}^2(p) \quad (2.36)$$

Расчет по формулам (2.31) – (2.32) более эффективен на стадии анализа процесса, а формулы (2.35) – (2.36) лучше на стадии мониторинга.

Построение контрольной карты Хотеллинга для многомерного мониторинга среднего уровня процесса при индивидуальных наблюдениях предполагает расчет для каждого  $t$  наблюдения ( $t = 1, \dots, m$ ) статистики [101, 105]

$$T_t^2 = (x_t - \mu_0)^T S^{-1} (x_t - \mu_0) \quad (2.37)$$

Модифицировать карту обобщенной дисперсии для индивидуальных наблюдений также можно с помощью скользящих размахов. Стандартное отклонение для независимых наблюдений оценивается как

$$\sigma = \bar{R}/d \quad (2.38)$$

и соответствующая контрольная карта Шухарта, отображающая среднее значение скользящего размаха:

$$\bar{R} = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^{m-1} MR_t \quad (2.39)$$

где  $MR_t$  – скользящий размах, который рассчитывается по формуле (2.33).

Табличный коэффициент  $d$  (значение которого было найдено на основе распределения размаха) с объемом выборки равным двум (хотя фактический размер равен единице), так как для расчета скользящего размаха берутся два соседних наблюдения.

Аналогично и для оценки обобщенной дисперсии можно использовать скользящие размахи. Стоит отметить, что, например, для мониторинга двух параметров необходимо как минимум три наблюдения. Это объясняется тем, что для каждого наблюдения  $t$  размах параметра оценивается посредством усреднения скользящих размахов двух значений для наблюдений с номерами  $t$  и  $(t - 1)$ , т.е. требуется три наблюдения.

В этом случае получаем:

$$MR_{jt} = |x_{jt} - x_{j,t-1}| \quad (2.40)$$

$$MR_{j,t-1} = |x_{j,t-1} - x_{j,t-2}| \quad (2.41)$$

$$R_{jt} = \frac{MR_{jt} + MR_{j,t-1}}{2}; j = 1, 2; t = 3 \dots m \quad (2.42)$$

Тогда элементы ковариационной матрицы находятся по формулам

$$s_{jjt} = \sigma_{jt}^2 \quad (2.43)$$

$$s_{jkt} = \rho \sigma_{jt} \sigma_{kt} \quad (2.44)$$

где приближенное значение стандартного отклонения

$$\sigma_{jt} = R_{jt}/d \quad (2.45)$$

где  $n = 3$ , табличный коэффициент  $d = 1,693$ , а коэффициент корреляции между параметрами  $\rho$  оценивается по всем  $m$  наблюдениям.

На рис.2.13 приведен пример контрольной карты обобщенной дисперсии, построенной для двух коррелированных показателей, рассчитанной в соответствии с предложенной процедурой. Аномалия процесса обнаруживается в наблюдении 14, где расчетное значение выходит за контрольную границу.

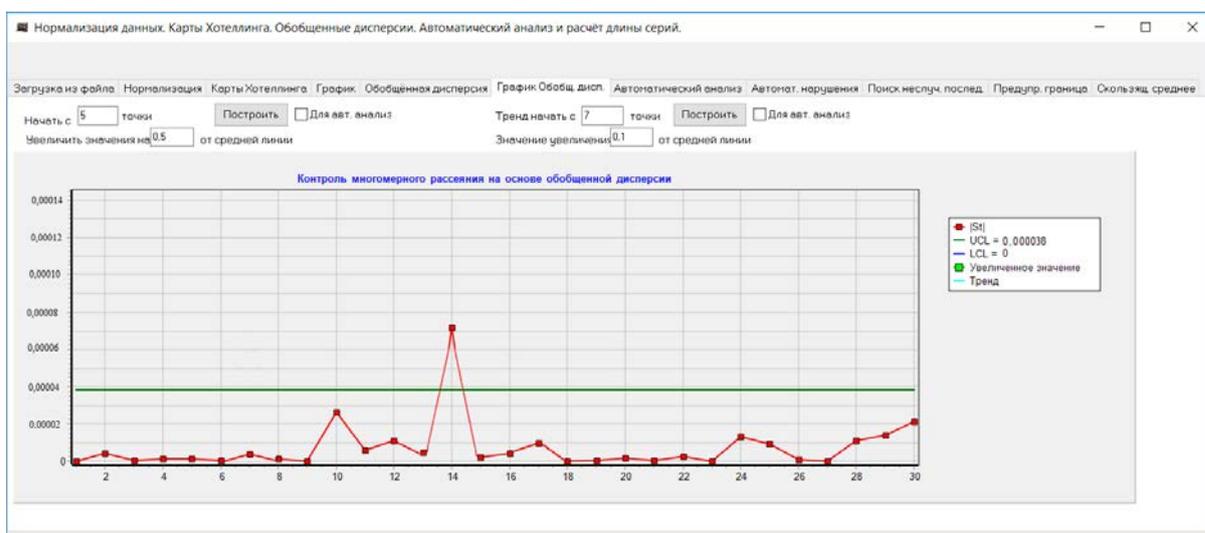


Рисунок 2.13 – Контрольная карта обобщенной дисперсии  
для индивидуальных наблюдений

Как это уже было показано на алгоритме обобщенной дисперсии для мониторинга подгрупп (с размером выборки, превышающим единицу), карта обобщенной дисперсии для индивидуальных наблюдений может оказаться недостаточно чувствительной к возможным отклонениям от нормы многомерного процесса рассеяния.

В этом случае может быть полезно перечисленные ниже подходы [90, 92]:

- проведение анализа некоторых особых конфигураций точек на карте обобщенной дисперсии, вероятность появления которых соизмерима с ложной тревогой (по крайней мере, две из трех последовательных точек, расположенные выше центральной линии, за пределами двух сигм; по крайней мере, четыре из пяти последовательных точек, расположенных над центральной линией, за пределами одной сигмы; шесть расположенных в ряд восходящих или нисходящих точек являющиеся трендом; четырнадцать поочередно восходящих или нисходящих точек являющиеся цикличностью и т. д.),

- введение дополнительной предупредительной линии (несколько последовательных точек, расположенных между предупредительной и предельной линиями, будут свидетельствовать о нарушении стабильности процесса),

- применение к контрольной обобщенной дисперсии карте принципа экспоненциально взвешенного скользящего среднего: этот подход эффективен для обнаружения небольших отклонений в многомерном рассеянии.

Все рассмотренные методы требуют разработки специального программного обеспечения для практического применения при мониторинге процесса.

## 2.6. Выводы по главе

Самым распространенным методом контроля рассеяния многопараметрического процесса является карта обобщенной дисперсии. Но ключевая проблема статистического управления процессом состоит в том, что применение традиционной контрольной карты обобщенной дисперсии, в общем случае, не обеспечивает требуемой эффективности управления процессом.

Сократить время обнаружения нарушений, а также стоимостные затраты на контроль можно, если на этапе планирования контроля подобрать оптимальные параметры этого контроля, такие как: объем выборки, интервал между выборками и положение контрольных границ. Предложенное решение оптимизационной задачи параметров карты обобщенной дисперсии по критерию минимума затрат на контроль и времени обнаружения нарушений основано на адаптации стоимостной модели А. Дункана применительно к алгоритму обобщенной дисперсии.

В главе также проведена оценка чувствительности алгоритма обобщенной дисперсии и предложены методы, повышающие ее чувствительность к возможным нарушениям процесса. В частности, были рассмотрены такие методы как анализ специфического расположения точек на карте обобщенной дисперсии, вероятность образования которых настолько мала, что сопоставима с вероятностью ложной тревоги; выделение на карте обобщенной дисперсии между предупреждающей и контрольной границами предупреждающей области, при попадании в которую заданного количества точек подряд говорит о нестабильности процесса; применение принципа экспоненциально взвешенного скользящего среднего к контрольной карте обобщенной дисперсии.

Проведенный сравнительный анализ способов повышения эффективности статистического управления показывает, что при контроле

многопараметрического рассеяния с помощью карты обобщенной дисперсии самым оперативным оказался поиск неслучайных структур.

Оценить эффективность рассмотренных методов позволит разработка программного комплекса, позволяющего решать две основные задачи: оптимизировать параметры алгоритма обобщенной дисперсии по критерию минимума затрат на контроль и времени обнаружения нарушений и оценить оперативность контроля процесса по критерию многомерного рассеяния.

Также ввиду невозможности применения традиционной карты обобщенной дисперсии к процессу, в котором невозможно сформировать мгновенные выборки, была приведена адаптация алгоритма обобщенной дисперсии для контроля по индивидуальным наблюдениям.

## **ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЯ РАССЕЙНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ**

### **ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

#### **3.1. Постановка задачи**

Во второй главе были описаны различные методы модификации алгоритма обобщенной дисперсии для повышения его чувствительности к возможным нарушениям процесса при контроле многомерного рассеяния. В частности, была оценена эффективность поиска неслучайных структур на карте обобщенной дисперсии, использование предупреждающей границы и принципа экспоненциального сглаживания, а также подбора оптимальных параметров карты обобщенной дисперсии по критерию минимального времени обнаружения нарушений и стоимости контроля. Но практическое применение данных подходов затрудняет ряд обстоятельств: необходимость выполнения дополнительных статистических испытаний, чтобы оценить результативность этих методов, недостаток статистических средств для диагностики многомерного технологического рассеивания, методов контроля и принятия решений при использовании модифицированных инструментов и соответствующего программного обеспечения.

Для проведения статистических испытаний необходимо смоделировать множество нормально распределенных данных, по своим параметрам аналогичных наблюдениям, полученным из реального процесса. Существующие офисные и статистические программные пакеты, такие как MSEXcel, SPSS, Statistica, могут, как правило, сформировать одномерные статистические распределения. В случае, если параметры независимы друг от друга можно использовать несколько одномерных распределений, чтобы сформировать многомерное. Но если требуется исследовать процесс с коррелированными параметрами необходимо разработать специальную программу.

Для анализа эффективности применения рассматриваемых методов повышения чувствительности карты обобщенной дисперсии и проведения контроля процесса с помощью модификаций алгоритма обобщенной дисперсии также необходимо разработать программный продукт, поскольку за короткое время требуется рассчитать большой массив данных и принять решение о стабильности процесса.

Подбор оптимальных параметров карты обобщенной дисперсии, при которых минимизируется время нахождения процесса в нестабильном состоянии с учетом экономического аспекта заключается в решении оптимизационной задачи численными методами. Ввиду высокой размерности задачи оптимизации также встает вопрос о наличии программного алгоритма для ее решения.

На основе проведенных исследований предлагается комплекс программ, который находит решение трех поставленных задач.

Общая схема контроля включает следующие этапы:

1. Исследование существующих методов контроля с целью выявления типичных нарушений, их частоты, а также оценки экономических характеристик контроля.

2. Выбор параметров контроля: объема выборки, частоты взятия выборок и вероятности ложной тревоги (проводится экспертно или путем решения оптимизационной задачи).

3. Предварительный анализ контроля стабильного процесса для оценки значения целевой обобщенной дисперсии и положения контрольных границ.

4. Постоянный мониторинг процесса с целью выявления признаков нарушения его стабильности с применением предложенных методов и – при необходимости – корректировки процесса.

### **3.2. Программа анализа и контроля процесса по критерию многомерного рассеяния**

На основе предложенных методов повышения эффективности обнаружения нарушений разработан программный комплекс «Анализ и контроль процесса по критерию многомерного рассеяния». Программный комплекс предназначен для обработки данных и осуществления контроля многопараметрического процесса, а также оценки эффективности методов повышения чувствительности карты обобщенной дисперсии [19, 40, 52].

Программный алгоритм включает следующие основные этапы:

- контроль среднего уровня процесса на базе алгоритма Хотеллинга (основной задачей диссертационного исследования является разработка методики контроля многомерного рассеяния, однако при практическом проведении контроля вначале обычно строится карта Хотеллинга);
- нормализация данных в случае, если их начальное распределение отличается от нормального;
- контроль рассеяния процесса на базе алгоритма обобщенной дисперсии;
- задание возможных нарушений процесса путем увеличения рассеяния для проведения статистических испытаний;
- оценка чувствительности алгоритма обобщенной дисперсии путем подсчета средней длины серий;
- преобразование алгоритма обобщенной дисперсии рассмотренными методами повышения чувствительности;
- оценка эффективности каждого рассмотренного метода повышения чувствительности путем определения средней длины серий.

Блок-схема описанного алгоритма представлена на рисунке 3.1.

Структура программы включает в себя следующие модули для построения каждой модификации карты обобщенной дисперсии:

«Загрузка из файла»;

- «Нормализация»;
- «Карта Хотеллинга»;
- «График»;
- «Обобщённая дисперсия»;
- «График обобщенной дисперсии»;
- «Автоматический анализ»;
- «Автоматические нарушения»;
- «Поиск неслучайных структур»;
- «Предупреждающая граница»;
- «Экспоненциальное сглаживание данных».

Начальный этап работы программы подразумевает последовательный ввод пользователем через интерфейс программы данных о количестве контролируемых показателей качества из файла электронных таблиц Excel (рис. 3.2).

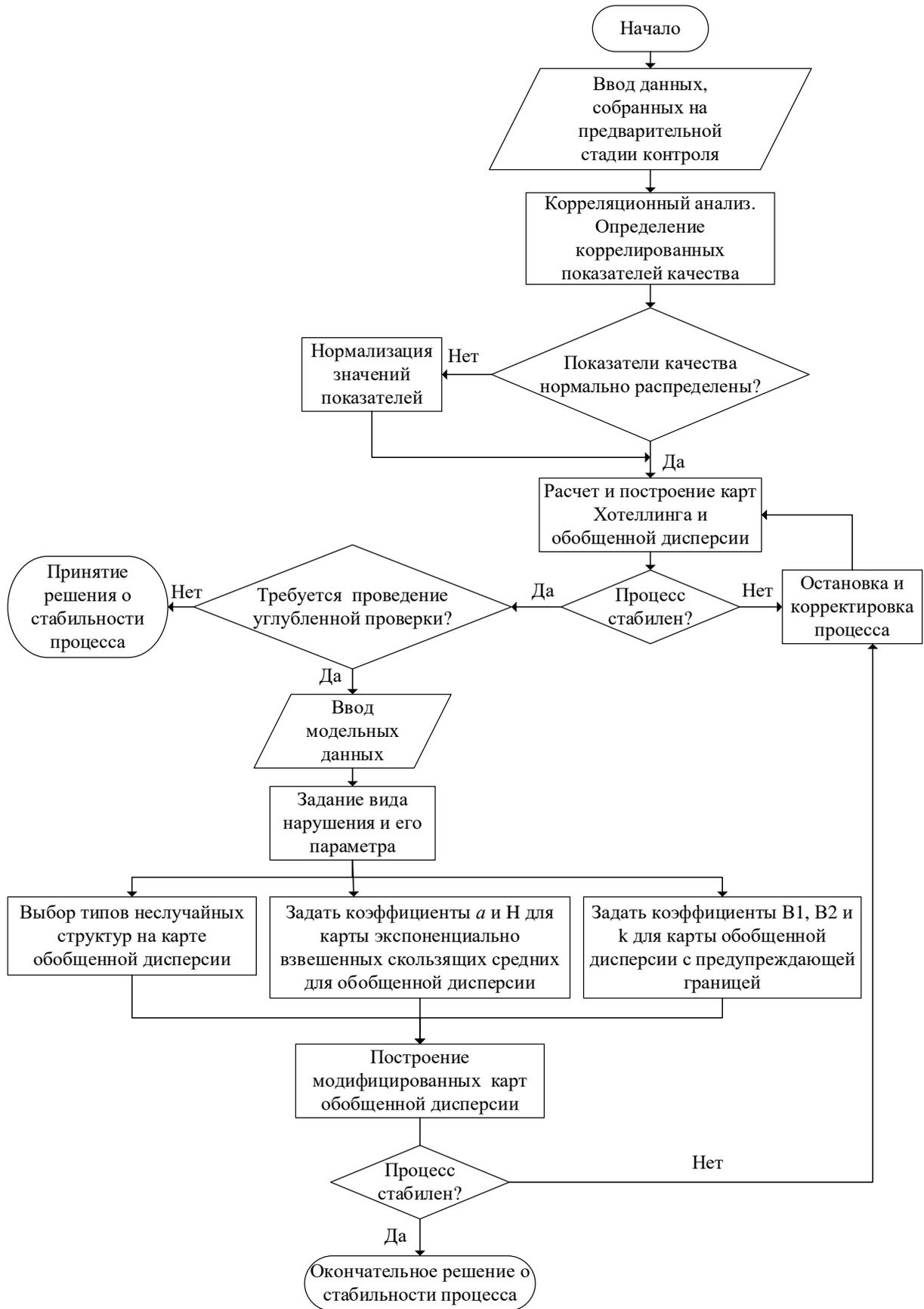


Рисунок 3.1 – Блок-схема контроля процесса

На следующем этапе в случае, если контролируемые показатели, полученные на практике, имеют распределение, не подчиняющееся нормальному закону, необходимо провести нормализацию загруженных данных, т.е. их преобразование таким образом, чтобы полученные данные стали хотя бы приближенно нормально распределены, т.к. применяемые методы контроля основаны на нормальном распределении. В качестве преобразования используется логарифмирование данных, основанное на логнормальном распределении.

	A	B	C	D
1	10.06291	27.14688	64.13931	
2	10.08339	27.14328	64.28228	
3	10.08919	27.12369	64.17482	
4	10.06889	27.12317	64.30582	
5	10.05529	27.1233	64.18016	
6	10.08607	27.13927	64.17646	
7	10.05785	27.12647	64.19002	
8	10.08758	27.14886	64.32243	
9	10.07281	27.12881	64.14049	
10	10.08974	27.13542	64.23412	
11	10.0517	27.12233	64.14523	
12	10.05161	27.13172	64.25614	
13	10.06529	27.13022	64.23997	
14	10.06391	27.14046	64.31921	
15	10.0805	27.1365	64.13483	
16	10.08442	27.12845	64.3214	
17	10.09048	27.12728	64.24567	
18	10.09619	27.1347	64.23708	
19	10.05759	27.14769	64.29513	
20	10.05718	27.1359	64.29548	
21	10.09847	27.13367	64.22989	
22	10.07267	27.14791	64.21978	
23	10.07946	27.12779	64.1821	
24	10.0617	27.12813	64.26774	
25	10.09637	27.12429	64.17407	
26	10.05816	27.1439	64.19379	
27	10.08374	27.13412	64.1958	
28	10.08852	27.14274	64.18366	
29	10.07362	27.14703	64.29145	
30	10.07661	27.14867	64.22802	
31				

Рисунок 3.2 – Исходные данные выборочных наблюдений

Случайная величина  $X = (X_1, X_2, \dots, X_p)$  распределена по многомерному логнормальному закону

$$X \sim LN_p(\mu_X, \Sigma_X) \quad (3.1)$$

если случайная величина  $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_p)$ , где  $Y_j = \ln X_j$ ,  $j = 1, \dots, p$  многомерно нормально распределена.

На следующем этапе происходит расчет параметров и построение карты Хотеллинга (рис. 3.3). Есть возможность выбрать контролируемые параметры, которые будут анализироваться, а также можно использовать нормализованные данные вместо полученных из процесса, поставив соответствующие флажки. Кроме того, на этом этапе задается объем мгновенной выборки, которая будет применяться при расчете алгоритмов Хотеллинга и обобщенной дисперсии.

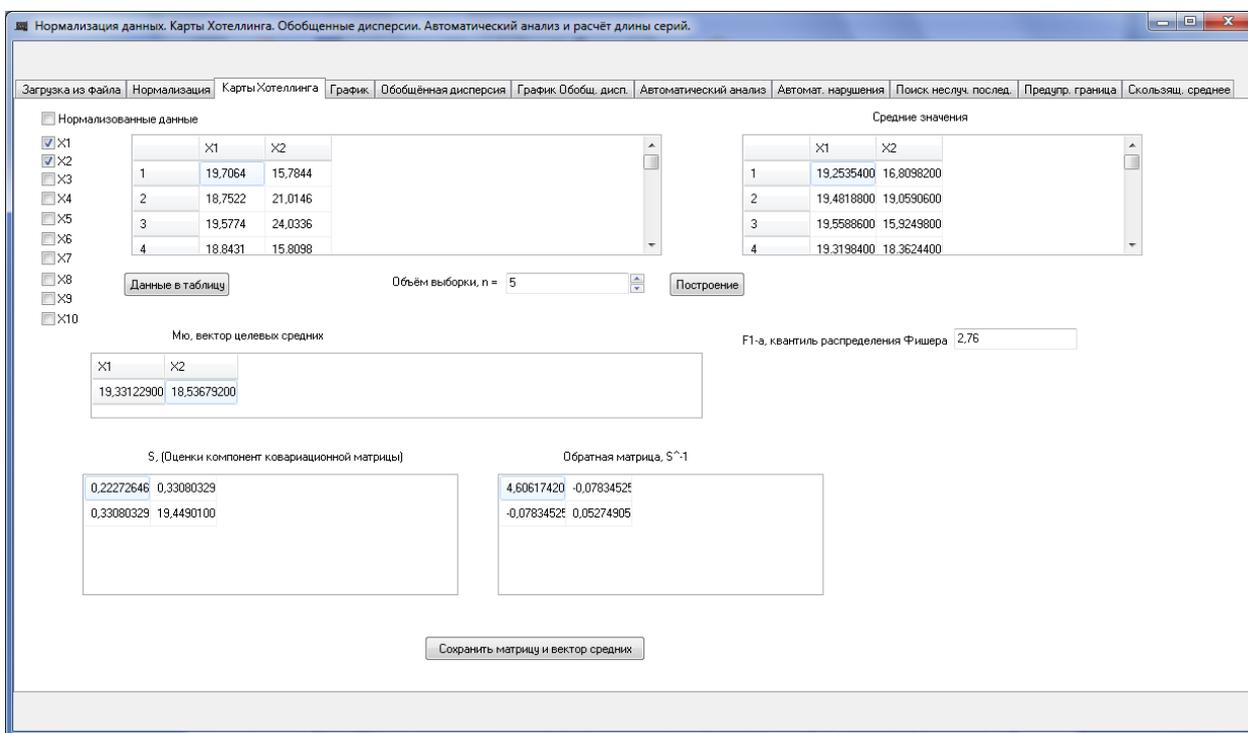


Рисунок 3.3 – Расчет параметров карты Хотеллинга

Также в данном окне есть возможность сохранить рассчитанные вектор средний и ковариационную матрицу в файл, нажав на соответствующую кнопку, чтобы на их основе смоделировать множество выборок для проведения статистических испытаний.

При нажатии на кнопку «Построение» в следующем окне отображается результат проведенных расчетов в виде соответствующего графика (рис. 3.4).

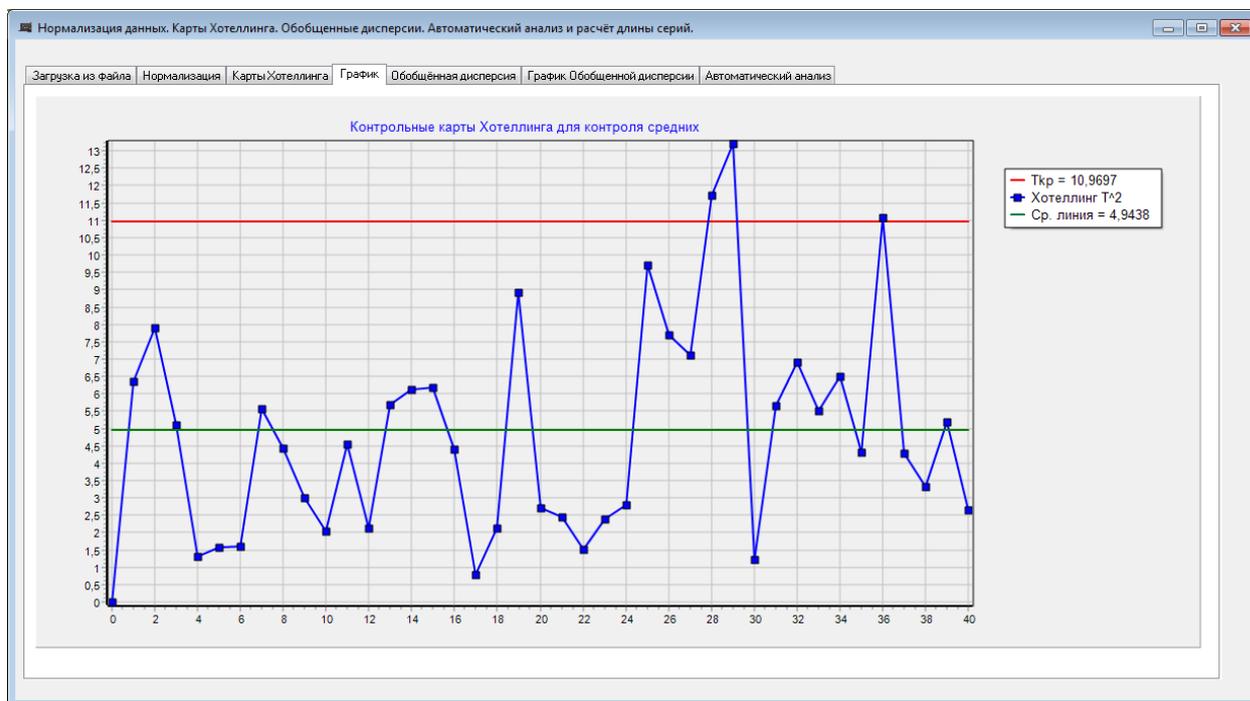


Рисунок 3.4 – Построение карты Хотеллинга

Справа от области карты отображается легенда, в которой приводятся условные обозначения, используемые на карте, и значения контрольной и центральной линий.

На вкладке «Обобщённая дисперсия» (рис. 3.5) рассчитываются значения, которые необходимы для построения карты обобщенной дисперсии. Исходные данные в виде выбранных контролируемых параметров и объема выборки задаются на этапе построения карты Хотеллинга, поэтому вкладка «Карта Хотеллинга» должна быть всегда заполнена.

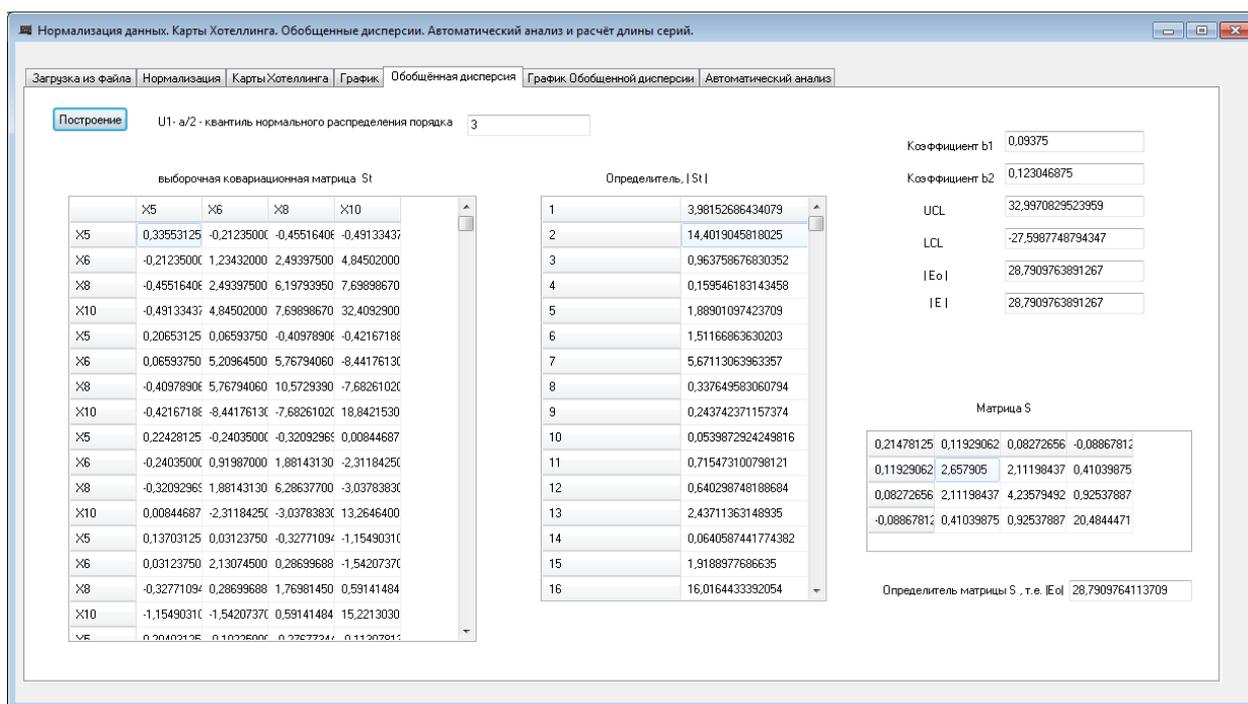


Рисунок 3.5 – Расчет параметров карты обобщенной дисперсии

В следующем окне по результатам расчетов, проведенных на предыдущем этапе, строится карта обобщенной дисперсии (рис. 3.6). Справа от области карты также располагается легенда с условными обозначениями, изображенными на карте и значениями контрольных границ.

Также в данном окне, для проведения анализа чувствительности карты обобщенной дисперсии, есть возможность задать два вида нарушений процесса: скачкообразное (рис. 3.7) и постепенное (тренд) (рис. 3.8) увеличение рассеяния.

Чтобы задать нарушение, необходимо указать с какой мгновенной выборки оно произойдет, а также параметр нарушения (величину увеличения), определяемый коэффициентами  $d$  и  $d_0$  для соответствующего вида нарушения. При нажатии на кнопку «Построить», на графике карты обобщенной дисперсии поверх исходного графика отобразится модифицированный.

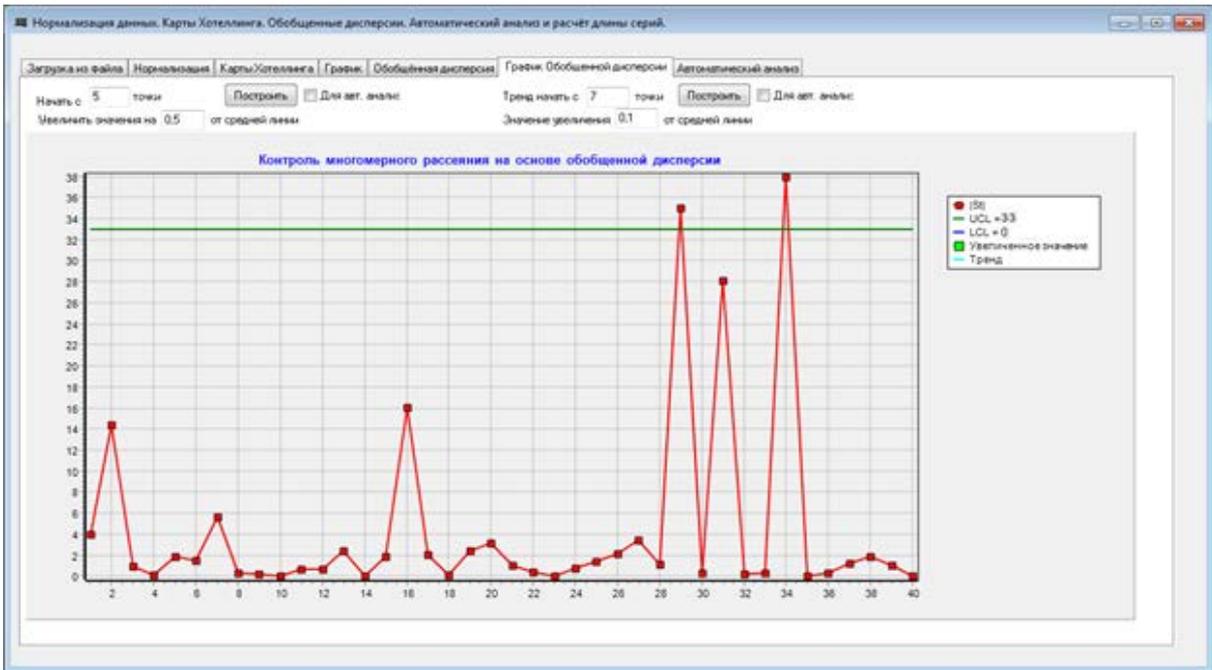


Рисунок 3.6 – Построение карты обобщенной дисперсии



Рисунок 3.7 – График обобщенной дисперсии при скачкообразном увеличении рассеяния

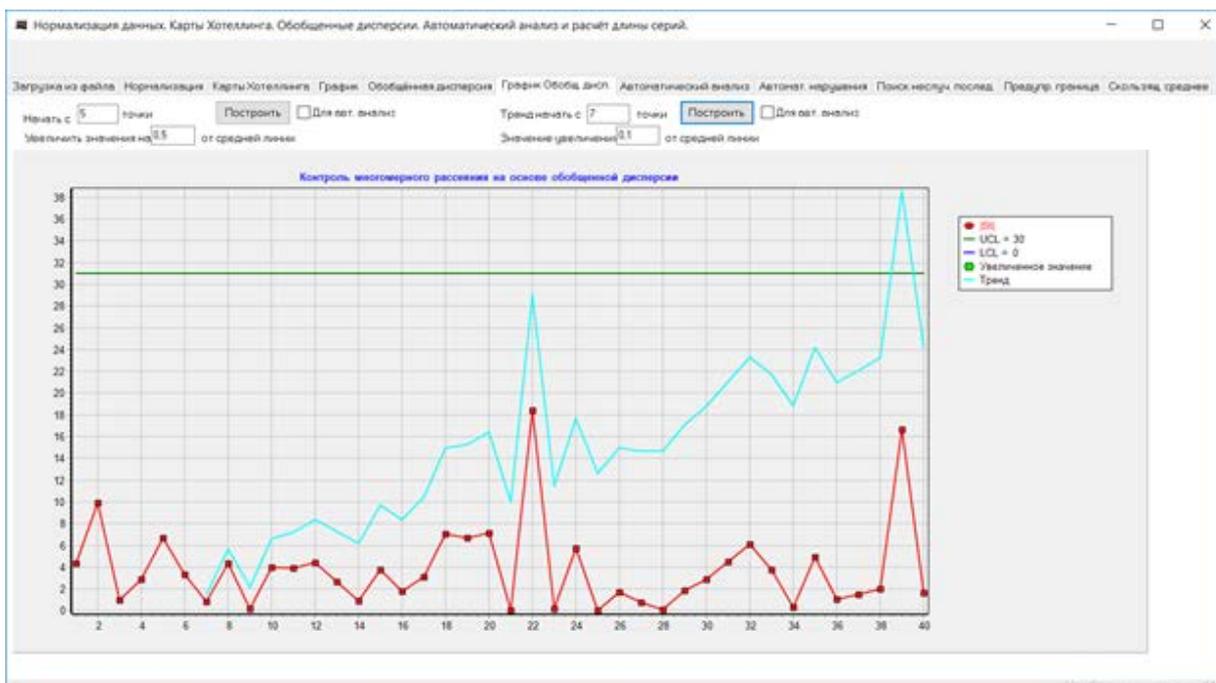


Рисунок 3.8 – График обобщенной дисперсии при постепенном увеличении рассеяния

Таким образом можно наглядно увидеть влияние типа и величины нарушения на рассеяние процесса. При установке флажка «Для авт. анализа» выбранный тип и параметр нарушения будет применен при проведении статистических испытаний по анализу чувствительности карты обобщенной дисперсии на следующем этапе исследования.

На следующем этапе для оценки чувствительности карты обобщенной дисперсии необходимо провести статистические испытания, заключающиеся в подсчете количества мгновенных выборок от начала задания нарушения до обнаружения этого нарушения картой. Объективной оценкой будет считаться усреднение длины серий большого количества выборок (не менее 1000). Для этих целей моделировалось заданное количество нормально распределенных данных, параметры которых соответствуют исследуемому процессу [66]. Для моделирования используется отдельно запускаемый модуль программы [6].

Многомерное нормальное распределение  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p)$  характеризуется двумя параметрами: вектором средних значений выборок

$\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$  и положительно определенной ковариационной матрицей  $\Sigma$ :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \dots & \Sigma_{1p} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} & \dots & \Sigma_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Sigma_{p1} & \Sigma_{p2} & \dots & \Sigma_{pp} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

где  $\Sigma_{ij} = M[(\xi_i - \mu_i)(\xi_j - \mu_j)]$ ,  $i, j = 1, 2, 3, \dots, p$ ,  $p$  – количество контролируемых показателей,  $M$  – математическое ожидание.

Однако вместо этих параметров при расчетах удобнее применять корреляционную матрицу  $K$  и вектор дисперсий  $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p)$ , т.к. в отличие от коэффициента ковариации коэффициент корреляции отражает величину связи между данными. Корреляционная матрица размерности  $p \times p$ ,

$$K = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1p} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{p1} & K_{p2} & \dots & K_{pp} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

элементы которой получаются преобразованием элементов ковариационной матрицы  $\Sigma$  по формуле

$$K_{ij} = \frac{\Sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (3.4)$$

Вектор  $\mu$  моделируется линейным преобразованием вектора  $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_p)$ , элементами которого являются случайные величины, распределенные по нормальному закону, параметры которого  $\mu = 0$ ,  $\sigma = 1$ . Чтобы смоделировать одномерную нормально распределенную случайную величину можно применять различные методы, но самым простым является преобразование Бокса-Мюллера, которое заключается в преобразовании двух находящихся в диапазоне  $(0;1]$  случайных чисел  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , в результате которого получаются сразу два нормально распределенных числа:

$$\eta_1 = \sqrt{-2 \ln \alpha_1} \sin 2\pi \alpha_2 \quad (3.5)$$

$$\eta_2 = \sqrt{-2 \ln \alpha_1} \cos 2\pi\alpha_2 \quad (3.6)$$

Преобразовать вектор  $\eta$  в  $\xi$  можно по формуле

$$\xi = A\eta + \mu \quad (3.7)$$

где  $A$  – нижняя треугольная матрица, которая получается путем разложения Холецкого  $\Sigma = AA^T$  из матрицы  $\Sigma$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_{pp} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Каждый коэффициент матрицы  $A$  получается путем рекуррентной процедуры, общая формула которой имеет вид

$$a_{ij} = \frac{K_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} a_{ik}a_{jk}}{\sqrt{K_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} a_{jk}^2}}, \quad (3.9)$$

где  $1 \leq j \leq i \leq p$ , а  $\sum_{k=1}^0 a_{ik}a_{jk} = 0$ ,  $\sum_{k=1}^0 a_{jk}^2 = 0$ .

При генерировании многомерных нормальных последовательностей данных необходимо, чтобы ковариационная матрица была положительно определенной. Поэтому разработанная программа выполняет такую проверку и в случае, когда матрица не соответствует данному требованию, появляется сообщение о том, что выборка с заданными параметрами не может быть смоделирована.

Рассматриваемое преобразование было исполнено с помощью двух функций: основной, которая выполняет алгоритм и задает количество контролируемых параметров и наблюдений из размерности матрицы с результатом – функция *normal\_model()* и вспомогательной, которая возвращает определитель матрицы – *matrix\_determinant()*.

Основное диалоговое окно разработанного программного модуля генерации многомерных выборок, распределенных по нормальному закону представлено на рис. 3.9.

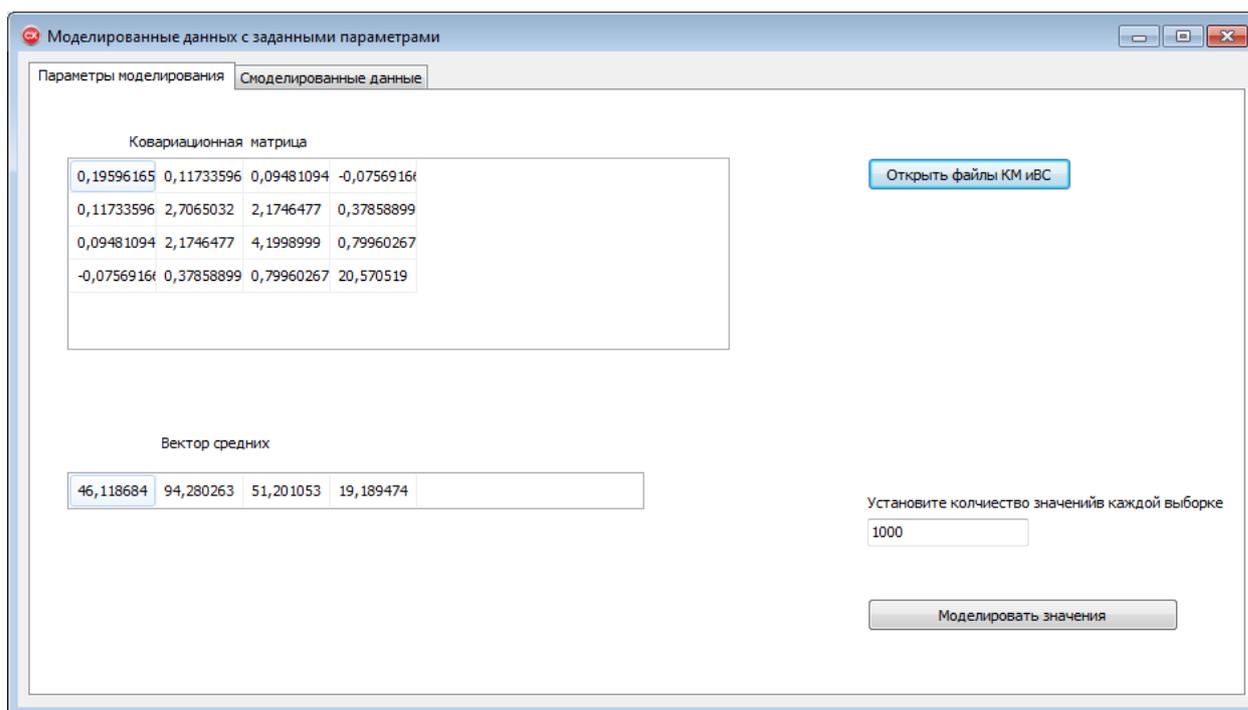


Рисунок 3.9 – Интерфейс диалогового окна «Параметры моделирования»

Параметры моделирования загружаются в соответствующие таблицы при нажатии кнопки «Открыть файлы КМ и ВС» из предварительно сохраненного в формате XLSX (Excel) файла со значениями ковариационной матрицы и вектора математических ожиданий. Пользователем задается требуемое количество наблюдений в выборке.

В следующем диалоговом окне (рис. 3.10) пользователь определяет количество генерируемых выборок и после нажатия на соответствующую кнопку в таблице программного модуля отображаются генерируемые значения, которые автоматически сохраняются в файл \*.xlsx.

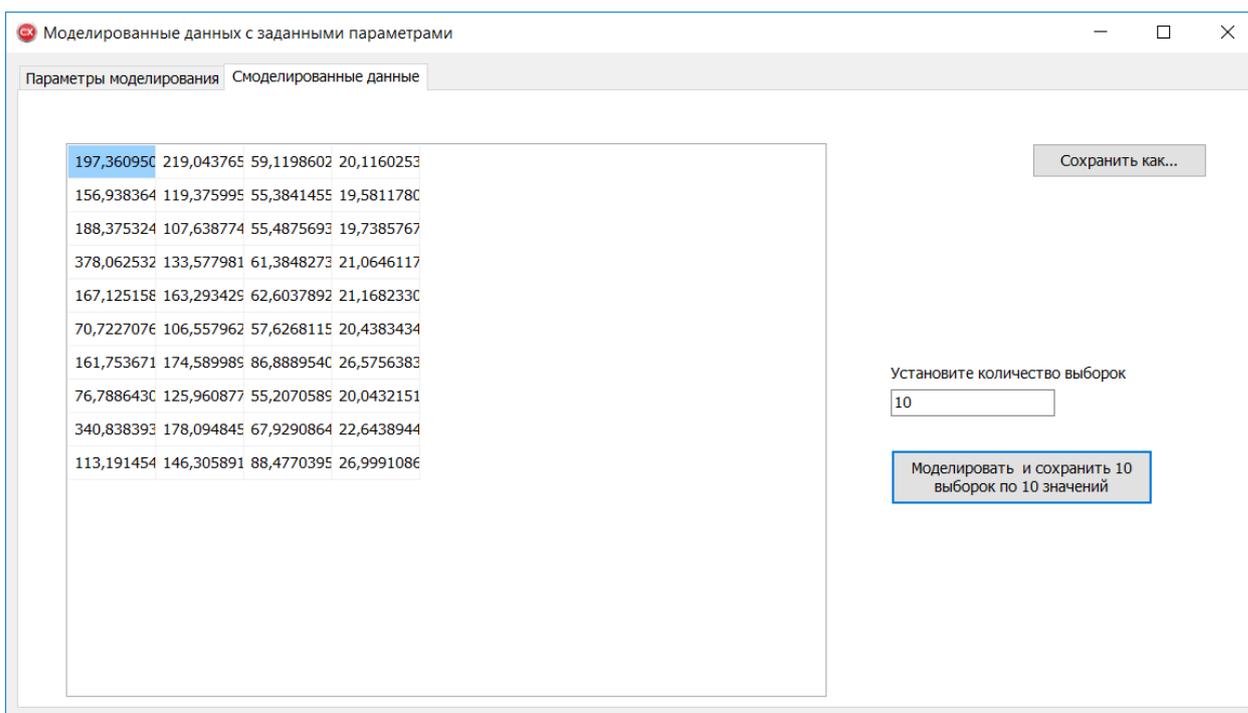


Рисунок 3.10 – Интерфейс диалогового окна «Смоделированные данные»

Результатом штатной работы программы является таблица данных, состоящая из  $m$  наблюдений многомерной нормально распределенной выборки из  $p$  контролируемых параметров, обладающая заданными характеристиками.

Для оценки чувствительности карты обобщенной дисперсии необходимо провести предварительную подготовку:

- в окне «Карта Хотеллинга» необходимо выбрать параметры, которые будут контролироваться картой обобщенной дисперсии и указать объем мгновенной выборки;

- в окне «График обобщенной дисперсии» необходимо указать номер мгновенной выборки, с которой будет реализовано нарушение, ввести значение параметра увеличения рассеяния выбранного типа нарушения и поставить галочку в окне «Для авт. анализа»;

- на вкладке «Автоматический анализ» необходимо сохранить значения контрольных границ карты обобщенной дисперсии, чтобы они не пересчитывались, а оставались теми же, что и до задания нарушения.

На завершающем этапе на вкладке «Автоматический анализ» выбирается папка, в которой сохранены модельные выборки, а также загружаются значения контрольных границ, найденные по обучающей выборке и нажимается кнопка «Запустить анализ» (рис. 3.11).

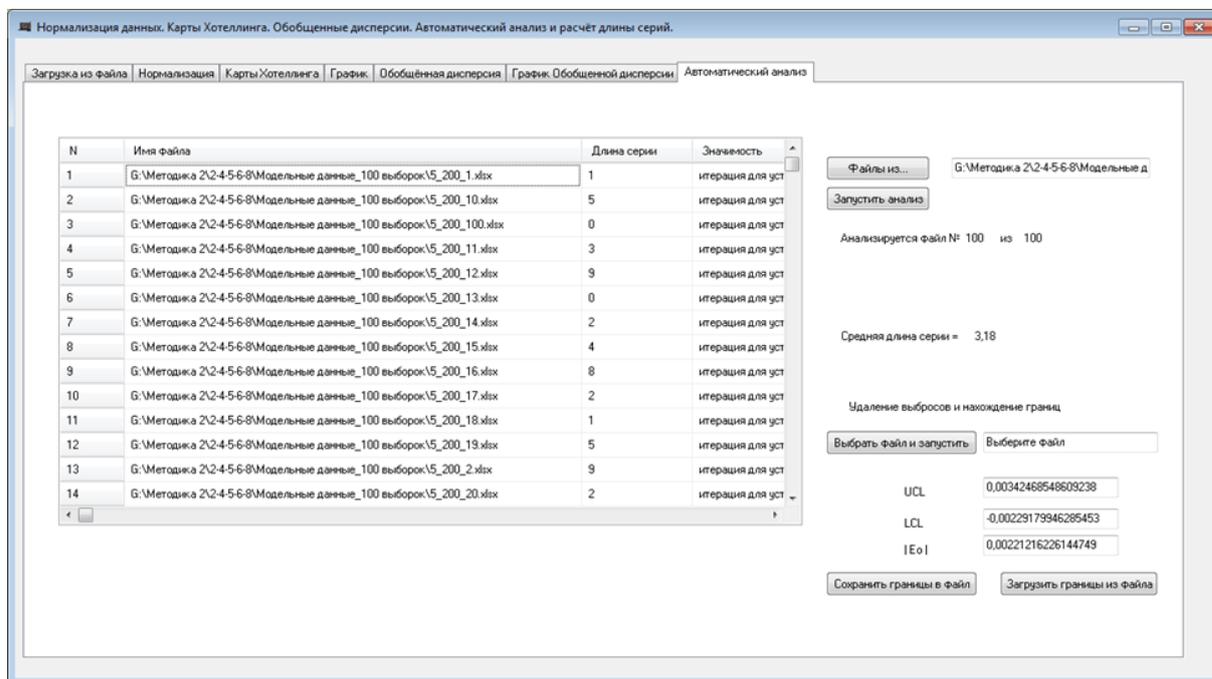


Рисунок 3.11 – Интерфейс диалогового окна подсчета средней длины серий

Для адекватного подсчета средней длины серий необходимо, чтобы в выборке не было выбросов до того, как были заданы нарушения, с этой целью каждая модельная выборка при загрузке в программу проверяется на стабильность и, в случае наличия выбросов, удаляет самое большое из его значений и пересчитывается заново. Это продолжается до тех пор, пока на карте обобщенной дисперсии не исчезнут все выбросы. Количество итераций по удалению выбросов отображается в графе «Значимость» (Рис. 3.11). В случае, когда количество выбросов превышают некоторое критическое значение (в программе реализовано 50), чтобы избежать закливания программы, данная выборка удаляется из расчета средней длины серий (в графе «Длина серии» остается пустое значение).

В графе «Длина серии» подсчитывается количество выборок от момента задания нарушений до момента его обнаружения.

Средняя длина серий считается как среднее длины серии каждой выборки и отображается в рабочей области диалогового окна (рис. 3.11).

Вкладка «Автоматические нарушения» была создана для автоматизации процесса подсчета средней длины серий при различных параметрах нарушения. (рис. 3.12). Пользователю необходимо задать начальное и конечное значение параметра нарушения, а также шаг, с которым программа будет увеличивать этот параметр при каждой итерации. Все расчеты по-прежнему происходят во вкладке «Автоматический анализ», в данной вкладке выводится только результат средней длины серий при каждом значении параметра нарушения в автоматическом режиме.

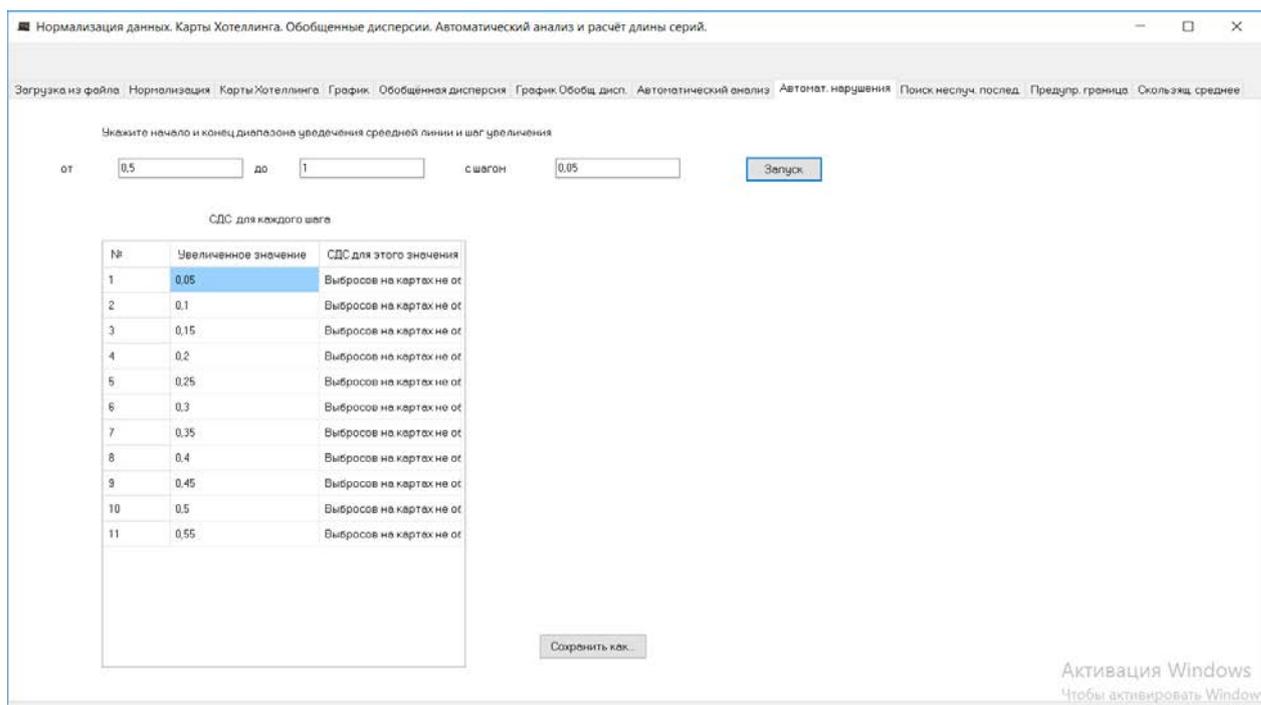


Рисунок 3.12 – Интерфейс диалогового окна «Автомат. нарушения»

Для расчета средней длины серий при построении карт обобщенной дисперсии с поиском неслучайных структур, необходимо произвести соответствующие настройки в программе:

- загрузить файлы с сохраненными модельными данными во вкладке «Автоматический анализ», нажав кнопку «Файлы из...» и выбрав соответствующую папку;

- на вкладке «Карты Хотеллинга» задаются параметры для построения карт: показатели качества, которые будут контролироваться, объем выборки  $n$ , квантиль распределения Фишера;

- на вкладке «График обобщенной дисперсии» выбирается способ задания нарушений: скачкообразное увеличение дисперсии или тренд, а также с какой точки начать нарушение и коэффициент увеличения.

После задания всех настроек программы, на вкладке «Поиск неслучайных последовательностей» (рис. 3.13) выбирается один или несколько типов структур, которые будут анализироваться и, при нажатии на кнопку «Искать», считается средняя длина серий карты обобщенной дисперсии с учетом заданных структур и соответствующих типе и величине нарушения.

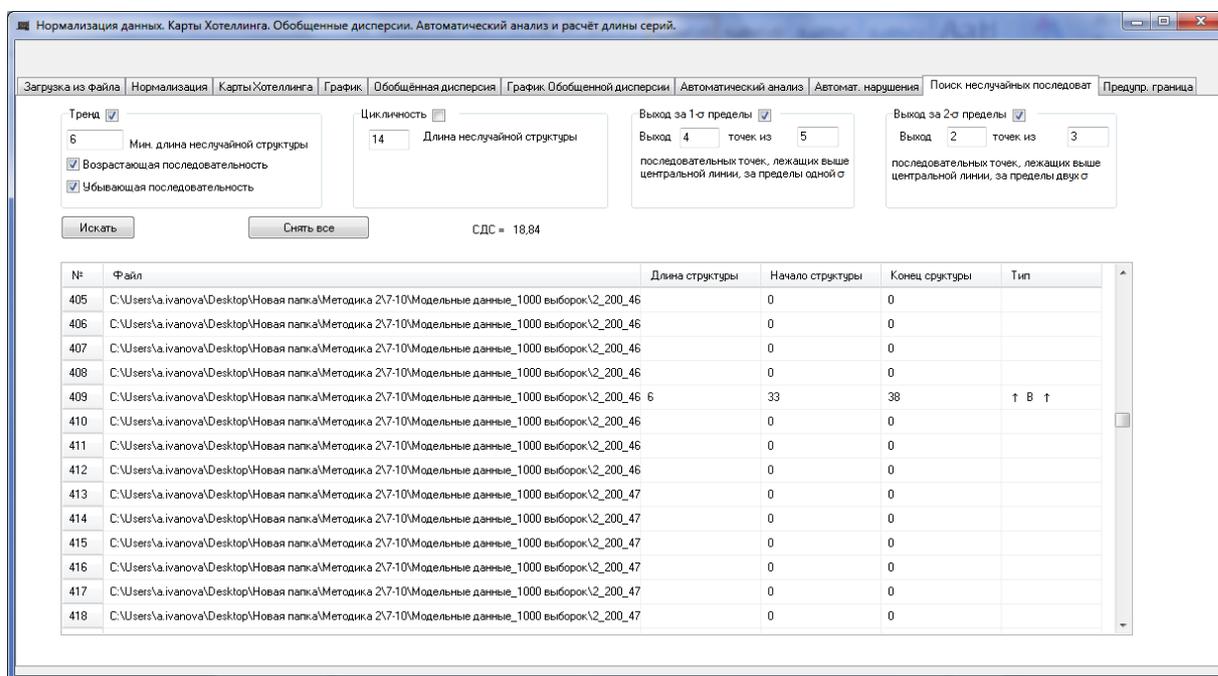


Рисунок 3.13 – Интерфейс диалогового окна «Поиск неслучайных последовательностей»

Для построения карты обобщенной дисперсии с предупреждающей границей и расчета ее средней длины серий предварительно необходимо произвести те же настройки программы, что и при анализе специфических последовательностей на карте обобщенной дисперсии: загрузить файлы со сгенерированными выборками, выбрать контролируемые показатели, задать объем выборки, тип нарушения, величину увеличения рассеяния и выборку, с которой нарушения начнется.

После проведения подготовительной работы на вкладке «Предупр. граница» задается количество точек  $K$ , которые будут сигнализировать о нестабильности процесса наравне с выбросами за контрольную границу, коэффициент  $B_1$ , который определяет положение контрольной границы и коэффициент  $B_2$ , который определяет положение предупреждающей границы. Значение коэффициентов  $B_1$ ,  $B_2$  выбирается из таблиц [30] в зависимости от числа последовательных точек, оказавшихся в предупреждающей области. На практике желательно проверить наличие 2, 3 и 4 точек подряд между предупреждающей и контрольной границами.

Программа фиксирует нарушение, считает длину серий в каждой выборке, усредняет ее по всем загруженным выборкам и выводит результат в рабочем поле, слева от таблицы, в которой отражен номер выборки с которой началось нарушение и рассчитанное значение предупреждающей границы (рис. 3.14).

Нормализация данных. Карты Хотеллинга. Обобщенные дисперсии. Автоматический анализ и расчёт длины серий.

Загрузка из файла | Нормализация | Карты Хотеллинга | График | Обобщенная дисперсия | График Обобщенной дисперсии | Автоматический анализ | Автомат. нарушения | Поиск неслучайных последоват | Предупр. граница

Коэффициент B1: 3      Коэффициент B2: 1,5      Коэффициент K: 2     

СДС= 10,76

№	Файл	Начало вывода	Предупреждающая граница
1	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_1\	5	6,43953285439894
2	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_10	18	7,09042449300481
3	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_10	9	5,83946381585613
4	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_10	16	7,3476288178908
5	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_10	10	5,24344234437082
6	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_10	10	4,88084420029587
7	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_10	11	7,41135582843817
8	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_10	6	5,88573322377681
9	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_10	3	6,23977881730529
10	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_10	0	7,07595261242607
11	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_10	5	6,5182325446076
12	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_10	1	6,1822785904754
13	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_10	5	8,96772952482961
14	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_11	20	4,10479673306487
15	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_11	2	7,55683403655967
16	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_11	26	7,87587744122837
17	C:\Users\ivanova\Desktop\Новая папка\Методика 2\7-10\Модельные данные_1000 выборок\2_200_11	0	6,67493562368099

Рисунок 3.14 – Табличное представление диалогового окна «Предупр. граница»

Также, выделив нужную выборку в таблице, и, перейдя на вкладку «График» можно визуально посмотреть соответствующий график карты обобщенной дисперсии с предупреждающей границей (рис. 3.15).

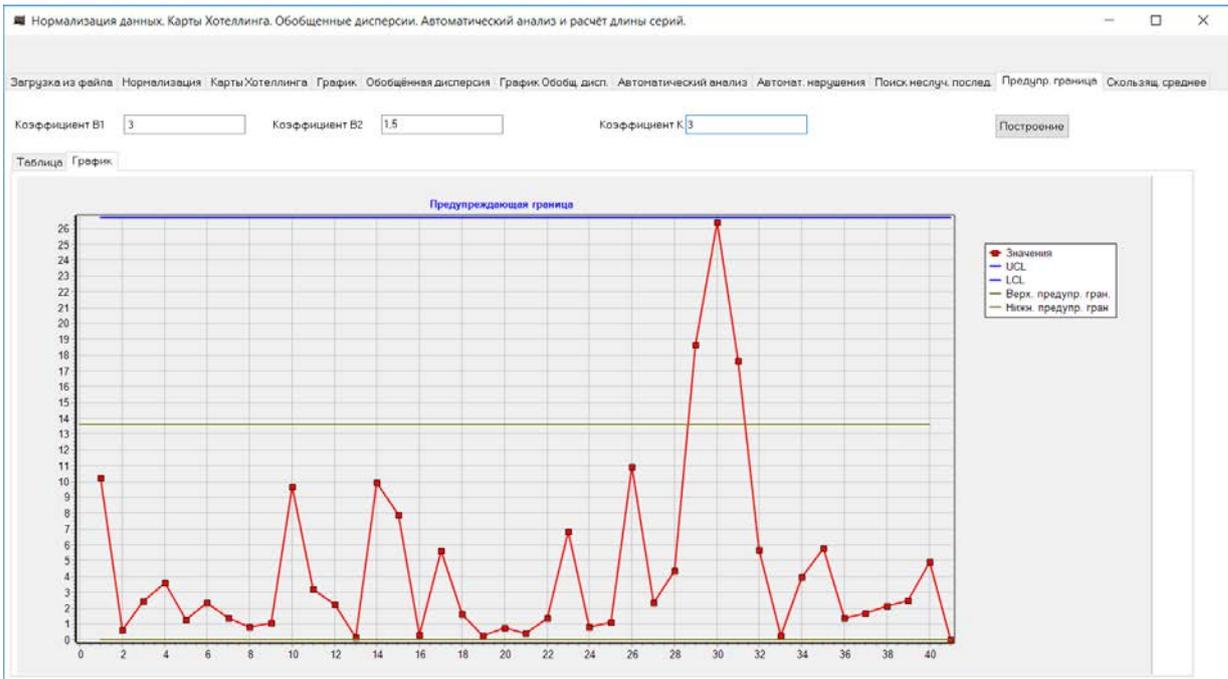


Рисунок 3.15 – Графическое представление диалогового окна «Предупр. граница»

Для расчета средней длины серий карты экспоненциально взвешенной скользящей средней для обобщенной дисперсии выполняются те же предварительные настройки программы, что и для других методов повышения чувствительности карты обобщенной дисперсии.

После проведения настроек на вкладке «Скользящ. среднее» задаются коэффициенты  $H$ , который определяет положение контрольных границ карты и  $a$ , который используется для расчетов текущих значений, откладываемых на карте и при расчете контрольных границ.

Далее на вкладке «Автоматич. анализ» необходимо нажать кнопку «Запустить анализ» и после произведенных расчетов на вкладке «Скользящ. среднее» нажать кнопку «Построить».

После всех расчетов полученное значение средней длины серий карты экспоненциально взвешенной скользящей средней для обобщенной дисперсии отобразится над графиком последней рассчитанной выборки (рис. 3.16).

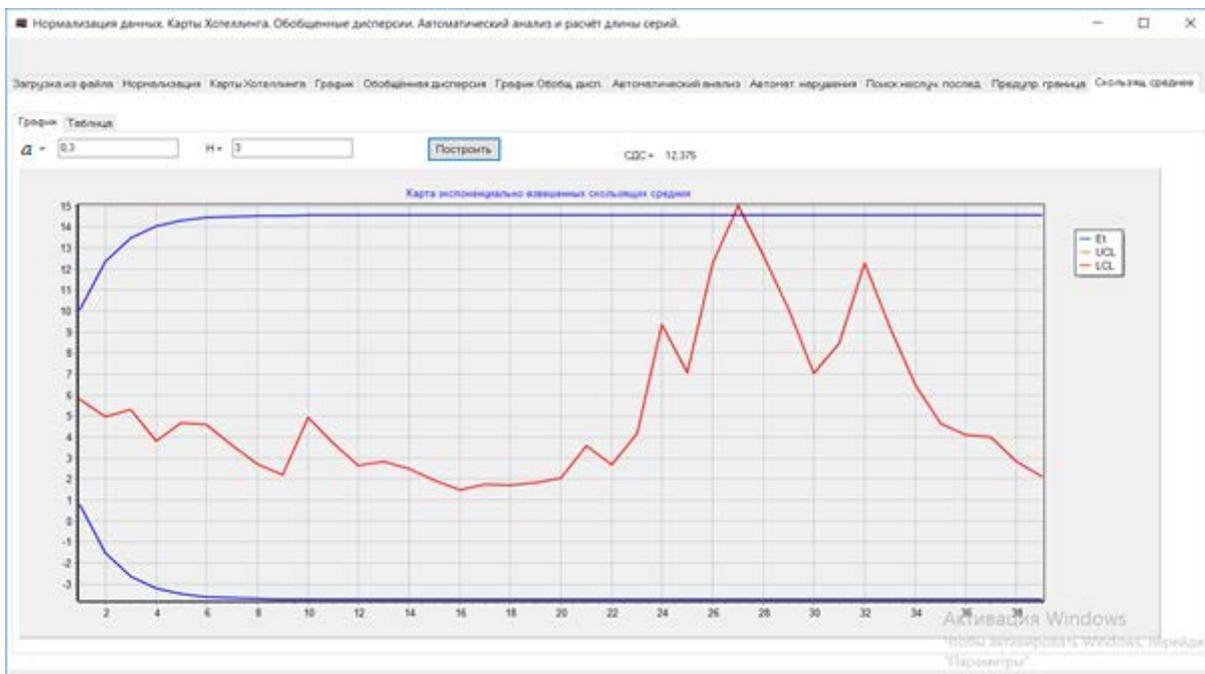


Рисунок 3.16 – Графическое представление диалогового окна «Скользящ. среднее»

Чтобы посмотреть графики других выборок и значения их длин серий, а также номер мгновенной выборки, в которой произошел выброс, необходимо выбрать вкладку «Таблица», где представлена таблица, в которой отображена соответствующая информация (рис. 3.17).

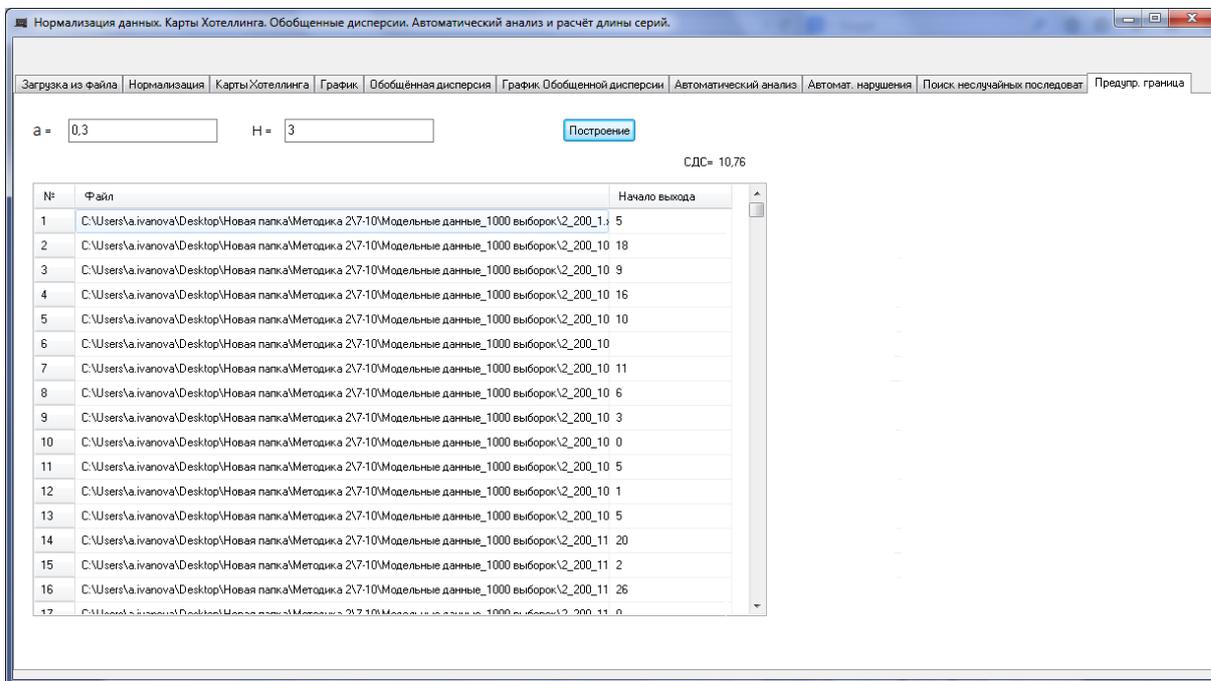


Рисунок 3.17 – Табличное представление диалогового окна «Скользящ. среднее»

Программа позволяет сохранять результаты расчетов (длину серий каждой выборки, номер мгновенной выборки, в которой произошло нарушение, вид неслучайной структуры и пр.) в файл \*.xlsx для каждого выбранного метода повышения эффективности.

Программный комплекс предназначен для обоснованного выбора метода контроля многомерного рассеяния на основе карты обобщенной дисперсии в соответствии с технологическими условиями функционирования процесса и требованиями, предъявляемыми к контролю, а также для статистического управления многопараметрическим процессом с использованием выбранного варианта контроля [63].

### 3.3. Программы оптимизации параметров обобщенной дисперсии

Программа предназначена для оптимизации параметров многомерного контроля рассеяния процесса, базирующегося на контрольной карте обобщенной дисперсии.

Алгоритм определения параметров карты обобщенной дисперсии позволяет учитывать технические и экономические особенности проведения контроля исследуемого процесса, т.к. минимизирует время нахождения процесса в нестабильном состоянии, учитывая при этом затраты, связанные с контролем.

Начало работы программы подразумевает последовательный ввод пользователем через интерфейс программы данных о количестве контролируемых показателей качества, характеристиках стоимостных и временных затрат на обнаружение нарушений, а также диапазоне допустимых значений оптимизируемых параметров.

Блок-схема работы программы приведена на рис. 3.18.

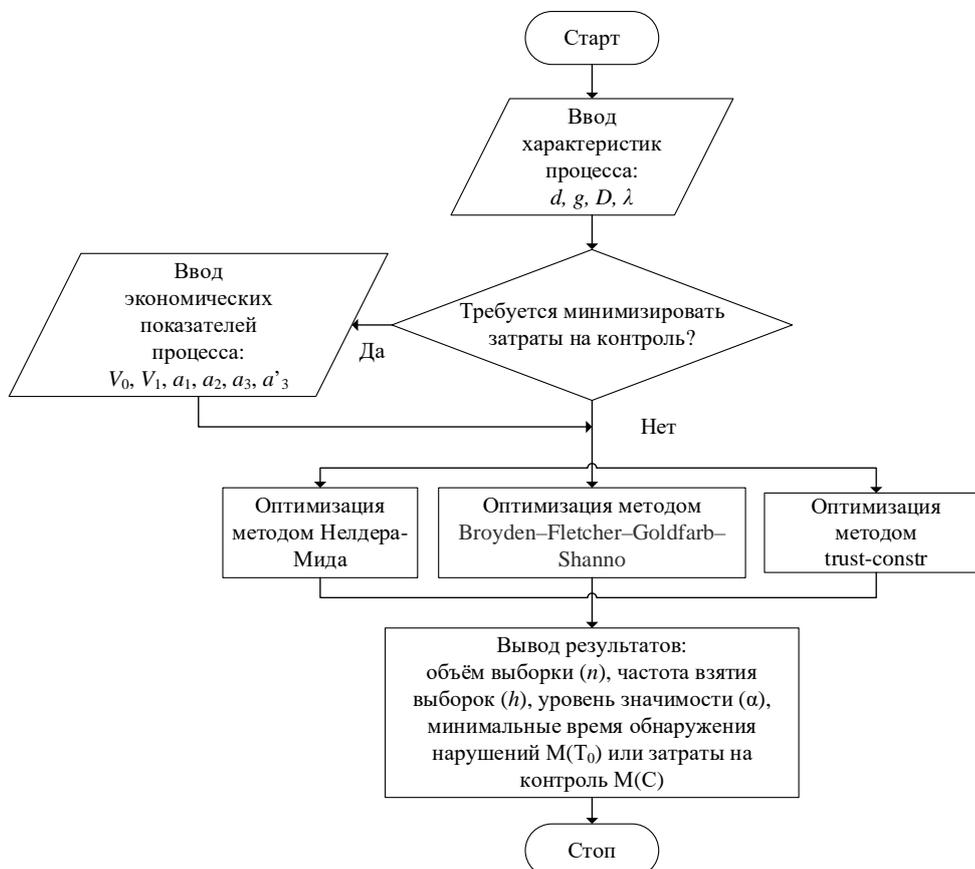


Рис. 3.18 – Блок-схема программы оптимизации параметров контроля

Программа применяет библиотеку с открытым исходным кодом *scipy* Python, созданную для инженерных и научных вычислений, из которой используются модули *optimize* и *stats*. Модуль *optimize* позволяет искать как условный, так и безусловный экстремум функции.

Для нахождения условного минимума функции используется функция:

```
minimize(f, x0, method='trust-constr', bounds=bnds),
```

где  $f$  – целевая функция,  $x_0$  – вектор условий (вектор задания интервалов  $h$ ,  $n$ , и  $a$ ),  $method$  – выбранный метод оптимизации,  $bounds$  – область поиска минимума функции.

В программе реализовано нахождение минимума функции тремя методами:

1. Поиск локального минимума в доверительной области (*trust-constr*).

Доверительная область – это подобие доверительного интервала в случае многопараметрической целевой функции, которая аппроксимируется числовой функцией. Если аппроксимирующая числовая функция соответствует целевой с заданной точностью внутри доверительной области, данная область расширяется, если же точность аппроксимации недостаточна – область сужается. Под точностью аппроксимации в данном случае имеют в виду ширину доверительной области. При этом в начале выбирают ширину доверительной области, а потом направление.

Чтобы метод имел сходимость к аппроксимации с заданной точностью, требуется, чтобы начальное приближение было рядом с искомым оптимальным решением. С этой целью на каждый шаг итерации накладываются ограничения, которые предотвращают «далекую» аппроксимацию. Делается это следующим образом. Вместо задачи  $A \Delta x = b$  решается задача  $(A + \lambda \text{diag}(A)) \Delta x = b$ , где  $\text{diag}(A)$  – диагональная матрица,

главная диагональ которой соответствует матрице  $A$ ;  $\lambda$  – параметр, который определяет размер шага;  $\Delta$  – параметр, связанный с  $\lambda$ .

Смысл состоит в том, что, изменяя шаг на каждой итерации, аппроксимация прогнозирует уменьшение целевой функции  $\Delta f_p$ , которая должна быть меньше, чем истинное уменьшение. Если  $\Delta x$  известно, то можно вычислить

$$\Delta f_a(x) = f(x) - f(x + \Delta x) \quad (3.10)$$

где  $f_a(x)$  – истинное значение функции,  $f_p(x)$  – аппроксимированное значение функции.

Изменение размера доверительной области зависит от отношения  $\Delta f_p / \Delta f_a$ . Если значение отношения лежит в диапазоне от 0,25 до 0,5, шаг остается прежним, а вычисления продолжаются. Если значение отношения больше 0,5, то шаг необходимо уменьшить ( $\lambda$ ), т.е. расширить доверительную область. Если значение отношения меньше 0,25, шаг необходимо увеличить ( $\lambda$ ), т.е. сузить доверительную область, т.к. действительная функция сильно отличается от приближения.

Блок-схема реализации данного метода представлена на рис. 3.19.

## 2 Метод от четверки Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno (l-bfgs-b)

Название данного метода определено именами его разработчиков. Он принадлежит к итерационным квазиньютоновским методам численной оптимизации. Использование данного метода не требует расчёта частных производных второго порядка, т.к. не нужно вычислять гессиан функции напрямую. Гессиан определяется приближенно, исходя из предыдущих итераций, чем и отличается данный метод от ньютоновских.

В разработанной программе используется модификация данного метода с ограниченным использованием памяти в многомерном кубе.

Решая оптимизационную задачу нахождения  $\min f(x, y)$ , необходимо задать начальную точку  $x_0$  и точность  $\varepsilon$ , достижение которой является условием окончания вычислений.

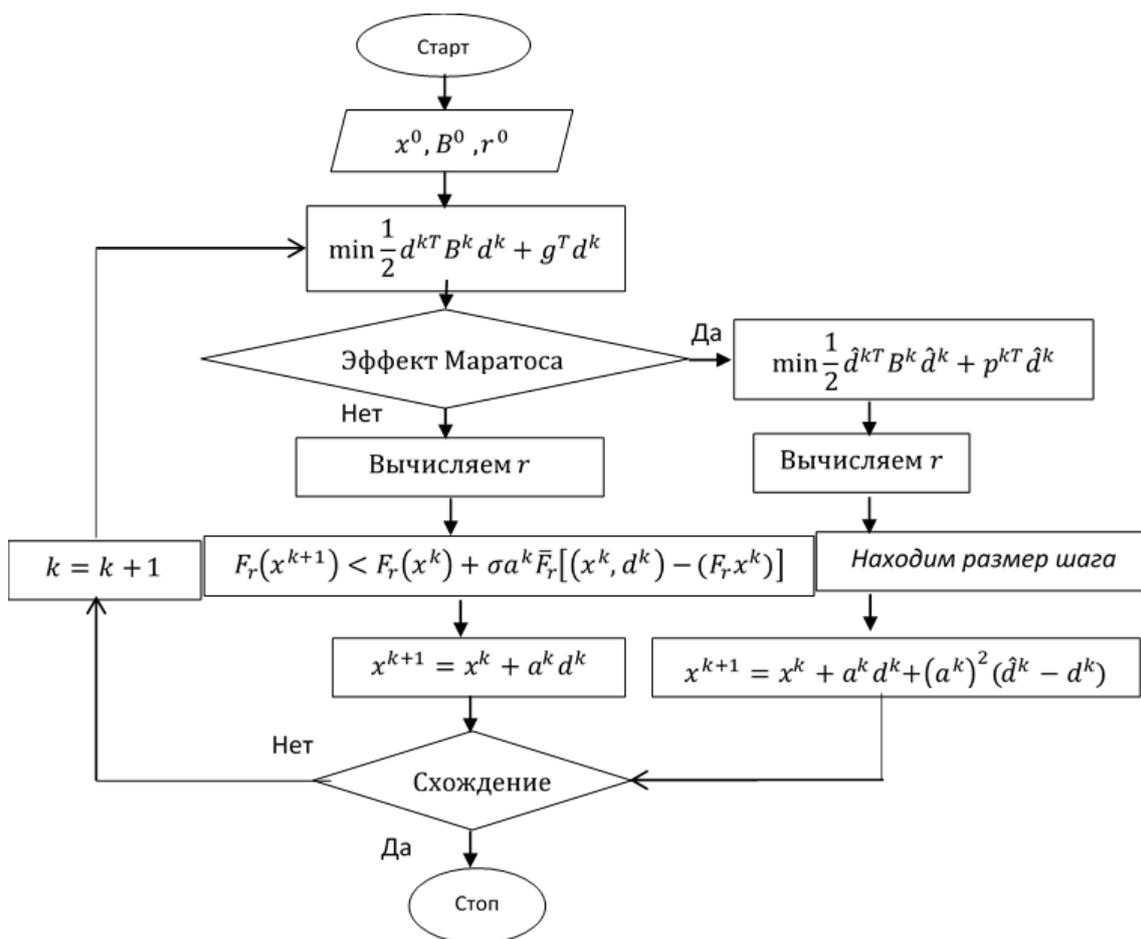


Рис. 3.19 – Блок-схема метода trust-constr

Точка, в направлении которой осуществляется поиск, определяется по формуле

$$p_k = -H_k * \nabla f_k \quad (3.11)$$

где  $H_k$  – гессиан функции в данной точке.

Следующую точку  $x_{k+1}$  определяем через рекуррентное соотношение

$$x_{k+1} = x_k + a_k * p_k \quad (3.12)$$

Коэффициент  $a_k$  должен удовлетворять условиям Вольфе и находится через линейный поиск:

$$f(x_k + a_k * p_k) \leq f(x_k) + c_1 * a_k * \nabla f_k^T * p_k \quad (3.13)$$

$$\nabla f(x_k + a_k * p_k)^T * p_k \geq c_2 * \nabla f_k^T * p_k \quad (3.14)$$

При этом константы должны удовлетворять условию:  $0 \leq c_1 \leq c_2 \leq 1$ .

В большинстве случаев принимается  $c_1 = 0,0001$  и  $c_2 = 0,9$ .

Фактически находится  $a_k$ , при котором  $\min f(x_k + a_k * p_k)$ .

Далее находятся вектора:

$$s_k = x_{k+1} - x_k \quad (3.15)$$

$$y_k = \nabla f_{k+1} - \nabla f_k \quad (3.16)$$

где  $s_k$  – параметрический шаг,  $y_k$  – изменение градиента на каждом шаге.

Находим гессиан функции в данной точке:

$$H_{k+1} = (I - p_k * s_k * y_k^T) H_k (I - p_k * y_k * s_k^T) + p * s_k * s_k^T \quad (3.17)$$

где  $p_k = \frac{1}{y_k^T s_k}$ ;  $I$  – единичная матрица.

Вычисления продолжаются, пока не выполнится неравенство  $|\nabla f_k| > \varepsilon$ .

Несмотря на то, что сходимость методов Ньютона гораздо выше, стоимость каждой итерации данных методов также выше, т.к. необходимо решать сложные линейные системы. Данный метод устойчив и обладает сверхлинейной сходимостью.

Блок-схема реализации данного метода представлена на рис. 3.20.

### 3 Метод Нелдера-Мида.

Метод Нелдера-Мида является довольно надежным и эффективным методом прямого поиска, т.е. использующим только значения функции. Данный метод относится к симплексным методам. Регулярным симплексом называется совокупность  $(n + 1)$  равноудаленных точек в  $n$ -мерном пространстве. Суть метода состоит в расчёте значений функции в вершинах многогранника и последовательном итерационном движении симплекса в направлении минимума. Изначально регулярный симплекс использовался на каждом шаге. Нелдер и Мид преобразовали метод путем применения неправильных симплексов. При этом движение симплекса происходит с помощью процедур отражения, растяжения и сжатия.

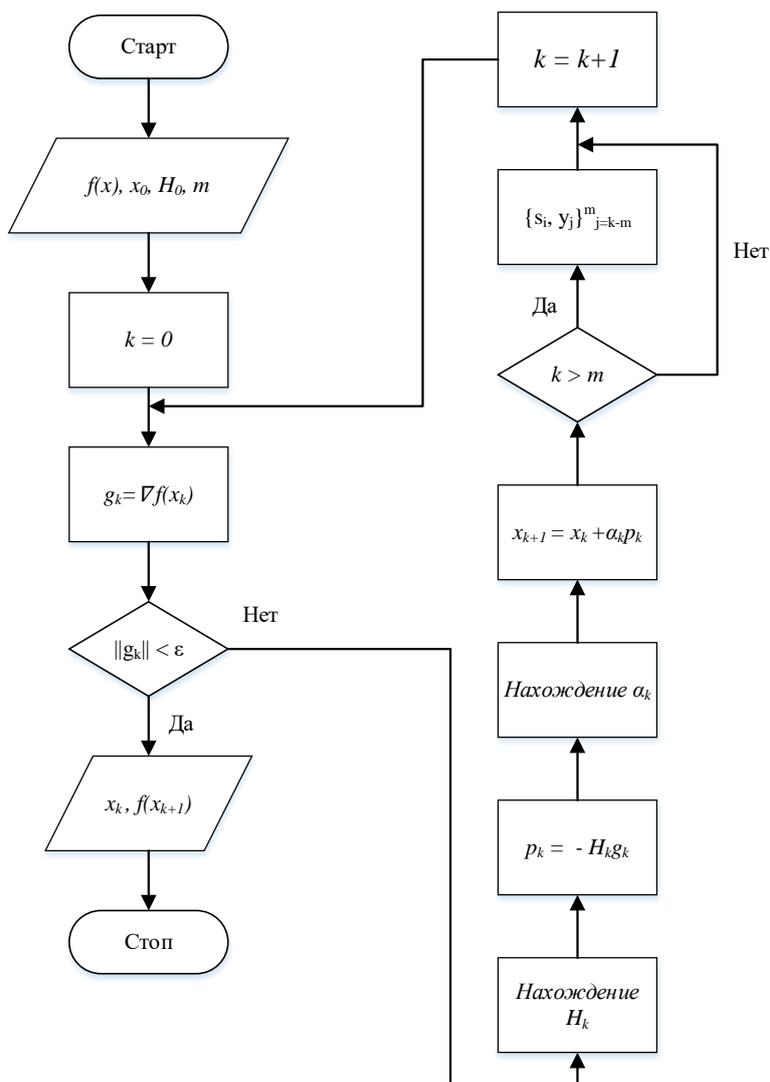


Рисунок 3.20 – Блок-схема метода Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno

Сначала вычисляются значения функции в каждой вершине симплекса:

$$f_1 = f(x_1), f_2 = f(x_2), \dots, f(x_{n+1}) = f(x_{n+1}) \quad (3.18)$$

Выберем из них наибольшее значение функции  $f_h$ , следующее за наибольшим значением функции  $f_g$ , наименьшее значение функции  $f_l$  и соответствующие им точки  $x_h, x_g, x_l$ .

Вычислим центр тяжести точек  $x_g$  и  $x_l$ :

$$x_0 = \frac{1}{n} \sum_{i \neq h} x_i \quad (3.19)$$

и найдем  $f(x_0) = f_0$

Началом перемещения выберем точку  $x_h$  и отразим ее относительно  $x_0$ . Получим точку  $x_r$  и значение функции в этой точке  $f(x_r) = f_r$ .

Положение точки  $x_r$  определяется формулой:

$$x_r = (1 + \alpha)x_0 - \alpha x_h \quad (3.20)$$

где  $\alpha$  – коэффициент отражения.

Далее сравниваем значение функции  $f_r$  с соответствующими значениями функций  $f_h$ ,  $f_g$  и  $f_l$ .

Если  $f_r < f_l$ , то выбранное направление правильное и можно провести растяжение, увеличив шаг. Получается новая точка  $x_e = (1 - \gamma)x_0 + \gamma x_r$  со значением функции  $f(x_e) = f_e$ . Если  $f_e < f_r$ , то симплекс расширяется, точке  $x_h$  присваивается значение  $x_e$ . Если же  $f_e > f_r$ , то шаг выбран слишком большим, а точке  $x_h$  присваивается значение  $x_r$ .

Если  $f_l < f_r < f_g$ , выбор направления неплохой. Точке  $x_h$  присваивается значение  $x_r$ .

Если  $f_g < f_r < f_h$ , значения точек  $x_h$  и  $x_r$  и функций  $f_r$  и  $f_h$  меняются местами и производится операция сжатия.

Если  $f_h < f_r$ , также переходим к операции сжатия. Т.е. получаем точку  $x_s = \beta x_h + (1 - \beta)x_0$  и вычисляем значение функции в ней  $f(x_s) = f_s$ . Если значение функции в новой точке окажется меньше  $f_h$ , то точке  $x_h$  присваивается значение  $x_s$ . Если же значение функции в новой точке окажется больше  $f_h$ , то происходит глобальное сжатие к точке  $x_l$ , значение которой признается наименьшим:

$$x_i \leftarrow x_l + \frac{x_i - x_l}{2}, \quad i \neq l. \quad (3.21)$$

Коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  являются коэффициентами сжатия, отражения, растяжения соответственно. Нелдер и Мид, основываясь на результатах экспериментов, предложили брать  $\alpha=1$ ,  $\beta=0,5$  и  $\gamma=2$ .

Блок-схема реализации данного метода представлена на рис. 3.21.

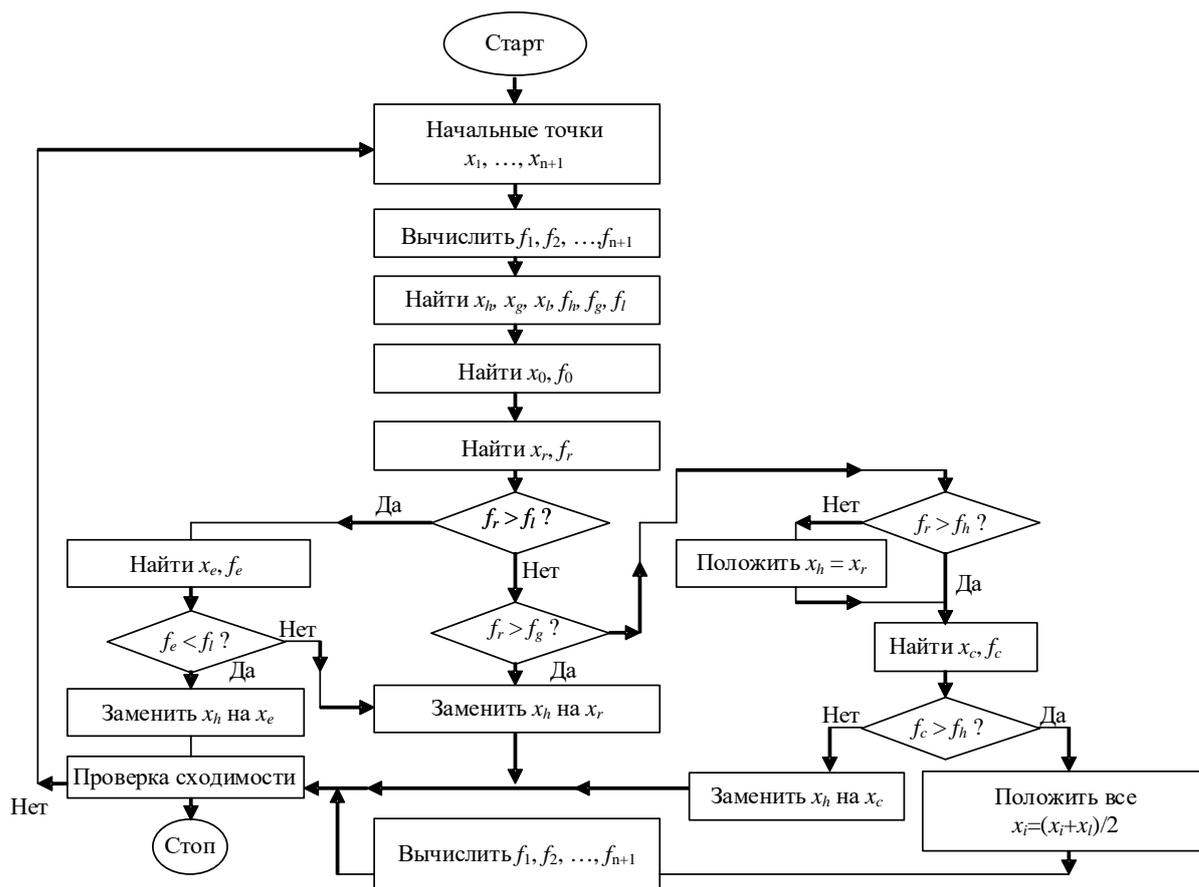


Рисунок 3.21 – Блок-схема метода Нелдера-Мида

При минимизации времени до обнаружения нарушения заранее задаются параметры контроля: объем выборки  $n$ , количество контролируемых показателей качества  $p$ , коэффициент увеличения рассеяния  $d$ , время на вычисление элемента выборки  $g$ , время поиска нарушения после его обнаружения  $D$ , время, в течение которого процесс стабилен  $\lambda$ , а минимизируемая функция представлена в виде суммы результатов, возвращенных заранее объявленными функциями:

```
def P(nn):
```

```
    j = 1
```

```
    P = 1
```

```
    for j in range(1, p+1):
```

```
        P = P * (nn - j)
```

```
    return P
```

функция возвращает результат произведений  $\prod_{j=1}^p (n - j)$

```
def P1(nn):
```

```
    P1 = 1
```

```
for k in range(1, p+1):
    P1 = P1 * (nn - k)
return P1
```

функция возвращает результат произведений  $\prod_{k=1}^p (n - k)$

```
def P2(nn):
    P2 = 1
    for k in range(1, p+1):
        P2 = P2 * (nn - k + 2)
    return P2
```

функция возвращает результат произведений  $\prod_{k=1}^p (n - k + 2)$

```
def add_sum(hh, nn):
    return (-1) * ((1 - (1 + lmbd * hh) * math.exp((-1) * lmbd * hh)) / (
    lmbd * (1 - math.exp((-1) * lmbd * hh)))) + nn * g + D
```

функция  $add\_sum(hh, nn)$  возвращает результат  $n \cdot g + D - \frac{1 - (1 + \lambda \cdot h) \cdot e^{-\lambda \cdot h}}{\lambda \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot h})}$

```
def b1(nn): # Коэффициент b1
    return (P(nn)/(n-1)**p)
```

функция  $b1(nn)$  возвращает результат вычислений коэффициента  $b1$ :

$$b1 := \frac{\prod_{j=1}^p (n - j)}{(n - 1)^p}$$

```
def b2(nn): # Коэффициент b2
    return (((P2(nn)-P1(nn))*P(nn))/((n-1)**2*p))
```

функция  $b2(nn)$  возвращает результат вычислений коэффициента  $b2$ :

$$b2 := \frac{\left[ - \prod_{k=1}^p (n - k) + \prod_{k=1}^p (n - k + 2) \right] \cdot \prod_{j=1}^p (n - j)}{(n - 1)^{2 \cdot p}}$$

```
def beta(nn, alfa): # Коэффициент бетта от альфа b(alfa)
    return norm.sf(((d-1)/d)*b1(nn)/math.sqrt(b2(nn))-((norm.isf(1-alfa/2))/d))+norm.sf((-1)*((d-1)/d)*b1(nn)/math.sqrt(b2(nn))-((norm.isf(1-alfa/2))/d))
```

функция  $beta(nn, alfa)$  возвращает результат вычислений

$$\beta(\alpha) := p \operatorname{norm} \left[ \frac{-U(\alpha)}{d} + \frac{(d-1)}{d} \cdot \frac{b1}{\sqrt{b2}}, 0, 1 \right] + p \operatorname{norm} \left[ \frac{-U(\alpha)}{d} + \frac{-(d-1)}{d} \cdot \frac{b1}{\sqrt{b2}}, 0, 1 \right]$$

```
def f(x):
return add_sum(x[0], x[1]) + (x[0]/(1-beta(x[1],x[2])))
```

Функция  $f(x)$  эквивалента функции

$$f(h, n, \alpha) := n \cdot gi + D - \frac{1 - (1 + \lambda \cdot h) \cdot e^{-\lambda \cdot h}}{\lambda \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot h})} + \frac{h}{1 - \beta(\alpha)}$$

Для минимизации  $f(x)$  используем функцию *minimize*, которая определена в модуле *optimize* из библиотеки *scipy*.

```
res = minimize(f, x0, method='trust-constr', bounds=bnds)
print(res.x)
```

Границы поиска задаются вектором

```
bnds = Bounds((0.4, 3, 0.001), (1, 7, 0.01))
```

где первая координата вектора *Bounds* –  $h$ , вторая –  $n$ , третья – альфа, первая скобка – минимальные значения, вторая скобка – максимальные значения.

В результате работы программы (рис. 3.22) определяются оптимальные значения объема выборки, интервала времени между выборками и положения контрольных границ карты обобщенной дисперсии, при которых минимизируются время обнаружения нарушения стабильности процесса.

```
Интерпретатор Python
*** Python 3.7.7 (tags/v3.7.7:d7c567b08f, Mar 10 2020, 09:44:33) [MSC v.1900 32 bit (Intel)] on win32. ***
*** Удаленный Python engine is active ***
>>>
*** Удаленный интерпретатор инициализирован повторно***
1. Поиск локального минимума в доверительной области (trust-constr)
[5.e-01 5.e+00 1.e-04]
h= 0.5
n= 5
alfa = 0.0001
F(x) = 0.45

2. Метод от четверки Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (1-bfgs-b)
[4.e-01 3.e+00 1.e-04]
h= 0.5
n= 3
alfa = 0.001
F(x) = 0.44

3. Недлер-Мид (nelder-mead)
[4.e-01 5.e+00 1.e-04]
h= 0.5
n= 3
alfa = 0.001
F(x) = 0.44
>>>
```

Рисунок 3.22 – Результаты решения задачи минимизации времени обнаружения нарушения стабильности процесса

При минимизации стоимости контроля заранее задаются параметры контроля: почасовые доходы при статистически управляемом состоянии процесса  $V_0$ ; почасовые доходы при статистически неуправляемом состоянии процесса  $V_1$ ; затраты на поиск неслучайной причины  $a_3$ ; затраты на исследование сигнала ложной тревоги  $a'_3$ ; постоянная составляющая затрат на взятие выборки объема  $n$  и обработку результатов  $a_1$ ; переменная составляющие затрат на взятие выборки объема  $n$  и обработку результатов  $a_2$ , а минимизируемая функция  $M(C)$  эквивалента функции

$$f(h, n, a) = V_1 \cdot M(T_0) - a_3 - \frac{a'_3 \cdot e^{-\lambda \cdot h}}{1 - e^{-\lambda \cdot h}} - \frac{(a_1 + a_2 \cdot n) \cdot (M(T))}{h} + V_0 \cdot \frac{1}{\lambda}$$

Для минимизации  $M(C)$  используем функцию *minimize*, которая определена в модуле *optimize* из библиотеки *scipy*.

```
res = minimize(f, x0, method='trust-constr', bounds=bnds)
print(res.x)
```

Границы поиска задаются вектором

```
bnds = Bounds((0.4, 3, 0.001), (1, 7, 0.01))
```

где первая координата вектора *Bounds* –  $h$ , вторая –  $n$ , третья – альфа, первая скобка – минимальные значения, вторая скобка – максимальные значения.

В результате работы программы (рис. 3.23) определяются оптимальные значения объема выборки, интервала времени между выборками и положения контрольных границ карты обобщенной дисперсии, при которых минимизируются затраты на контроль.

```

Интерпретатор Python
*** Python 3.7.7 (tags/v3.7.7:d7c567b08f, Mar 10 2020, 09:44:33) [MSC v.1900 32 bit (Intel)]
*** Удаленный Python engine is active ***
>>>
*** Удаленный интерпретатор инициализирован повторно***
1. Поиск локального минимума в доверительной области (trust-constr)
[5.e-01 5.e+00 1.e-04]
h= 0.5
n= 5
alfa = 0.0001
M(C) = 443.17
-----
2. Метод от четверки Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (1-bfgs-b)
[4.e-01 3.e+00 1.e-04]
h= 0.4
n= 3
alfa = 0.0001
M(C) = 234.32
-----
3. Недлер-Мид (nelder-mead)
[4.e-01 5.e+00 1.e-04]
h= 0.4
n= 3
alfa = 0.0001
M(C) = 234.32
-----
>>>

```

Рисунок 3.23 – Результаты решения задачи минимизации затрат на контроль

Поскольку в программе применяются сразу три метода оптимизации, на выходе получаются три группы искоемых значений параметров контроля, среди которых в качестве оптимальной принимается группа с наименьшим значением целевой функции.

### 3.4. Выводы по главе

Разработан комплекс программ для повышения эффективности многомерного контроля рассеяния на основе контрольной карты обобщенной дисперсии путем оптимизации параметров карты, которые задаются на этапе планирования контроля, а также различных модификаций алгоритма обобщенной дисперсии с оценкой их эффективности.

Описана структура программного комплекса, компоненты, из которых он состоит, а также их взаимодействие. Приведены данные о назначении, функциональности и возможностях программного комплекса, описаны принципы формирования и представления входных/выходных данных.

## ГЛАВА 4. ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ ПО КОНТРОЛЮ РАССЕЯНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

### 4.1. Статистический контроль стабильности вибраций гидроагрегата

Рассматривается процесс контроля стабильности вибраций гидроагрегата. Гидроагрегат – это сложная техническая система, в которую входят турбина и гидрогенератор. Поток воды, поступивший к турбине, начинает вращать рабочее колесо турбины, что приводит к преобразованию гидравлической энергии в механическую. Рабочее колесо турбины соединяется с ротором генератора, где механическая энергия переходит в электрическую [28]. Упрощенная схема гидроагрегата изображена на рис. 4.1.

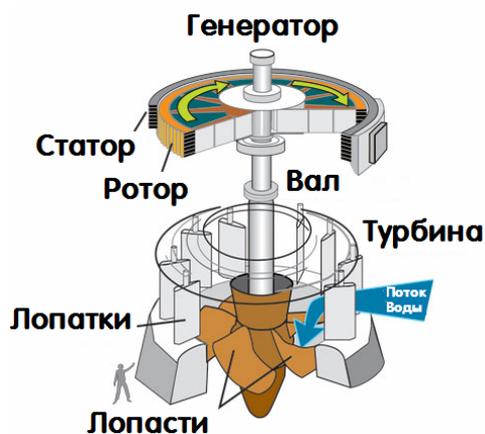


Рисунок 4.1 – Схема гидроагрегата

Надежность работы гидроагрегата зависит от множества факторов, одним из которых является тип и величина вибрации как всего агрегата, так и отдельных его узлов. В зависимости от вида и величины вибрации определяется предаварийное состояние гидроагрегата, а также характер некоторых его повреждений.

Проверить работоспособность гидроагрегата, в отличие от другого оборудования, возможно лишь после его установки на месте.

В разных режимах работы на гидроагрегат и отдельные его части воздействуют различные по характеру проявления силы, которые бывают как постоянными, так и переменными. Воздействием этих сил обуславливается деформация отдельных узлов гидроагрегата, а также его вибрации. В соответствии с этим можно выделить два режима работы гидроагрегата: установившийся и неустановившийся.

При установившемся режиме на агрегат действуют постоянные по значению и направлению силы, либо они могут периодически меняться. Иногда при данном режиме могут действовать непериодические силы, которые имеют случайный характер, как в случае наличия кавитации в турбине. Но при установившемся режиме в гидротурбине всегда присутствует постоянные напор, скорость вращения, открытие направляющего аппарата и установка лопастей рабочего колеса. Т.е. данный режим соответствует универсальным параметрам турбины.

При неустановившемся режиме на турбину воздействуют силы с различными амплитудой и частотой непериодического характера. Следовательно, вибрации и деформации, вызванные данными силами, также носят случайный характер.

Таким образом, анализ стабильности вибросостояния гидроагрегата должен проводиться только в установившихся режимах работы, при котором исключаются переходные процессы в работе агрегата, обусловленные процессом регулирования, такие как: пуск; останов; сброс и изменение нагрузки; разгонный режим; включение в сеть; перевод из генераторного в режим синхронного компенсатора и обратно; короткое замыкание генератора. Так как вибрации в процессе регулирования могут возрастать в 5-7 раз в сравнении с установившимся рабочим режимом, что не говорит о наличии неисправности гидроагрегата [75]. При каждом установившемся режиме проводится отдельный анализ.

Все силы, порождающие вибрацию агрегата в обоих рабочих режимах представлены на рис. 4.2.

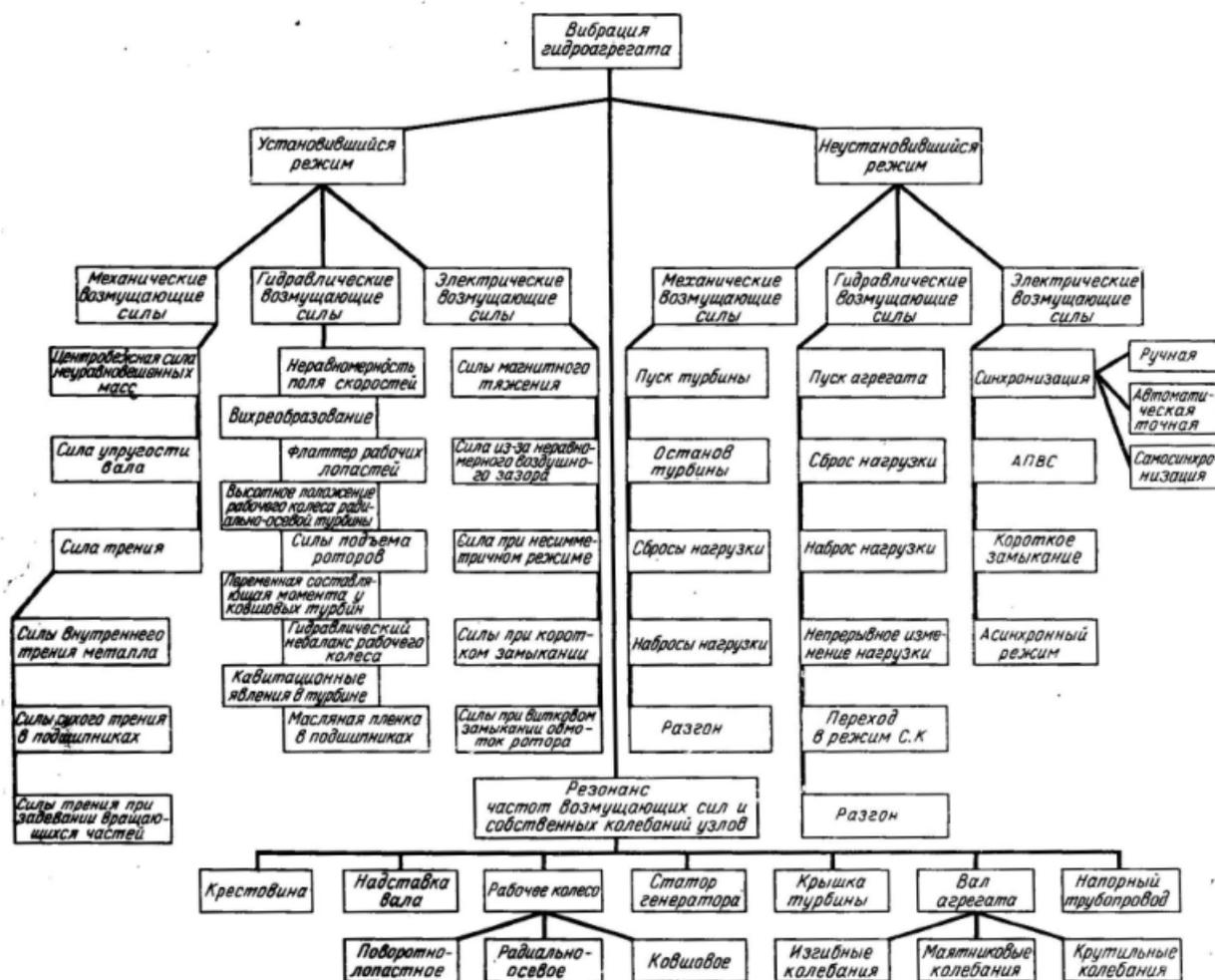


Рисунок 4.2 – Классификация нагрузок, вызывающих вибрации гидроагрегата

Вибрационное состояние гидроагрегата оценивается по величине вибраций его конструкций, биения вала, лобовых частей обмоток статора [26].

Системы контроля вибрационного состояния гидроагрегата бывают трех видов: портативные сборщики данных, стационарные и полустационарные.

В стационарных системах контроля согласующие усилители, устройства обработки и хранения данных, датчики вибрации установлены постоянно. Запись данных может происходить как постоянно, так и периодически [32].

В системах полустационарного типа датчики вибрации постоянно находятся в местах контроля, но данные собираются периодически, через подключаемые к ним сборщики данных.

К достоинствам переносных систем контроля можно отнести то, что они дешевле и менее сложны в эксплуатации, хоть и реализуют те же функции. Но, в отличие от других видов систем контроля, невозможно осуществлять сбор и обработка данных непрерывно. Поэтому данный вид систем контроля применяют для фиксации результатов измерений вручную в заранее установленных местах через заданный период времени и предварительные выводы можно сделать прямо в процессе обхода.

Для последующей оценки сигнал, полученный от датчика вибрации необходимо преобразовать в некоторую измеримую величину и изменить форму сигнала. В качестве преобразования могут выступать масштабирование и/или фильтрация сигнала, его ослабление или усиление, смещение постоянного уровня и интегрирование.

Как правило применяют измерения трех типов:

- измерение вибрации на неподвижных частях агрегата (корпус агрегата и подшипника, а также опора агрегата);
- измерения движения ротора относительно не вращающихся частей (корпуса агрегата или подшипника);
- измерение абсолютной вибрации подвижных узлов агрегата.

В качестве меры вибрации частей агрегатов выступает размах полигармонического виброперемещения. При частоте, превышающей 30 Гц недопустимым является размах, превышающий 40 мкм, при частоте до 1 Гц – 180 мкм (рис. 4.3).

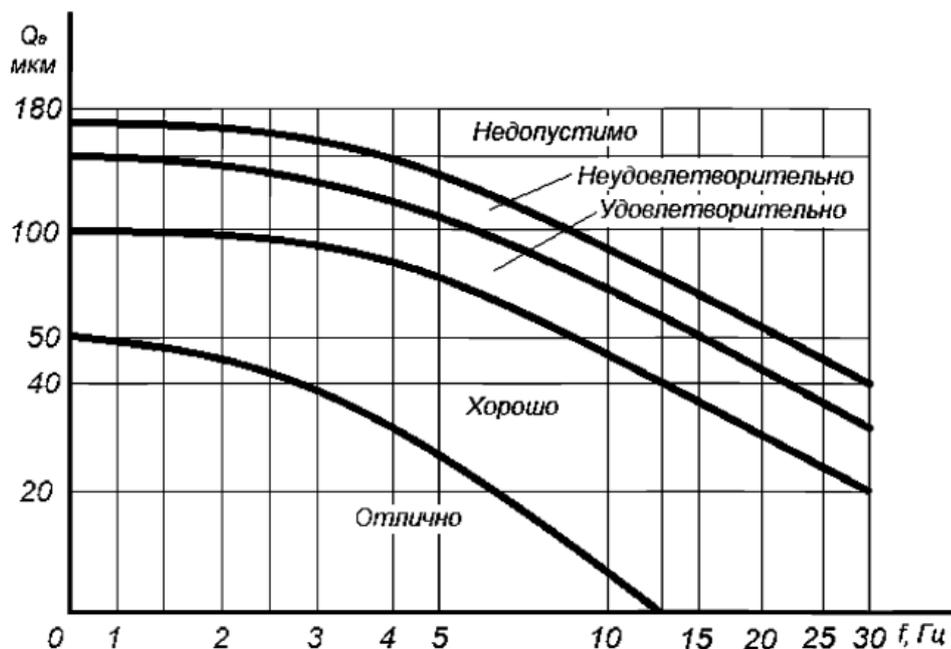


Рисунок 4.3 – Оценка вибрации гидроагрегата

В случае получения недопустимой оценки вибрационного состояния дальнейшая эксплуатация гидроагрегата не допускается.

При мониторинге стабильности вибросостояния применялись результаты измерения вибраций, полученные системой контроля гидроагрегата на Краснополянской ГЭС [4, 9, 10, 56]. Измерения проводились с регулярностью два замера в секунду. Контролировались следующие вибрации: нижнего  $X_1$  и верхнего  $X_3$  подшипника генератора верхнего бьефа и на правом берегу  $X_2$ ,  $X_4$ , бой вала гидротурбины на нижнем бьефе  $X_5$  и правом берегу  $X_6$ , бой вала гидрогенератора  $X_7$ ,  $X_8$ , а также вибрации крышки гидротурбины  $X_9$ ,  $X_{10}$  [22, 23, 34]. Расположение датчиков представлено на рис. 4.4.

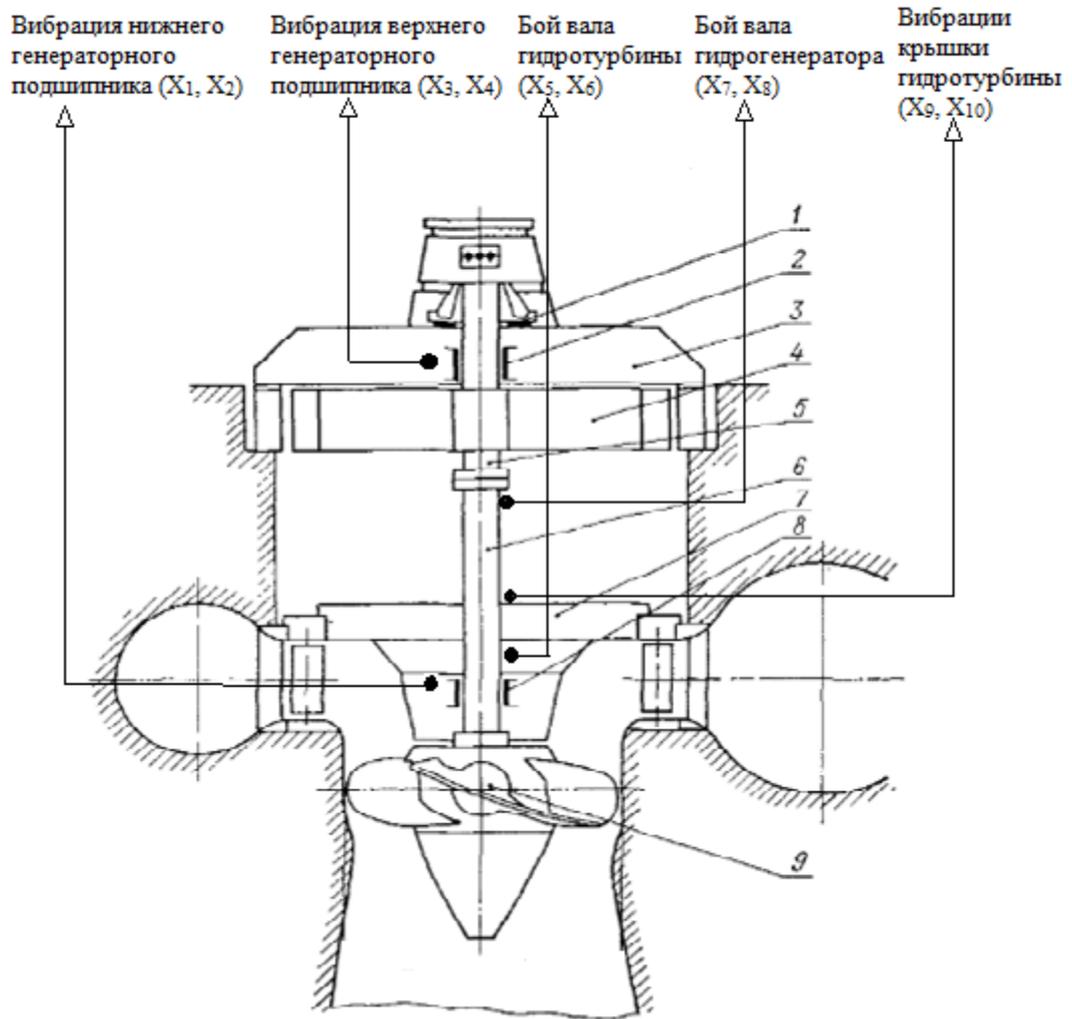


Рисунок 4.4 – Схема гидроагрегата и места установки датчиков вибрации (1 – подпятник; 2 – направляющий подшипник гидрогенератора; 3 – крестовина гидрогенератора верхняя; 4 – ротор гидрогенератора; 5 – вал гидрогенератора; 6 – вал гидротурбины; 7 – крышка гидротурбины; 8 – направляющий подшипник гидротурбины; 9 – рабочее колесо)

Чтобы из неотфильтрованных данных выделить участки установившегося режима работы гидроагрегата значения вибраций были усреднены по 10 сек и представлены графически на рис. 4.5. Начальная часть установившегося режима (порядка 25-30 усредненных данных) использовалась в качестве обучающей выборки, по которой оценивались характеристики процесса, такие как рассеяние, средний уровень, положение контрольных границ, корреляции [52].

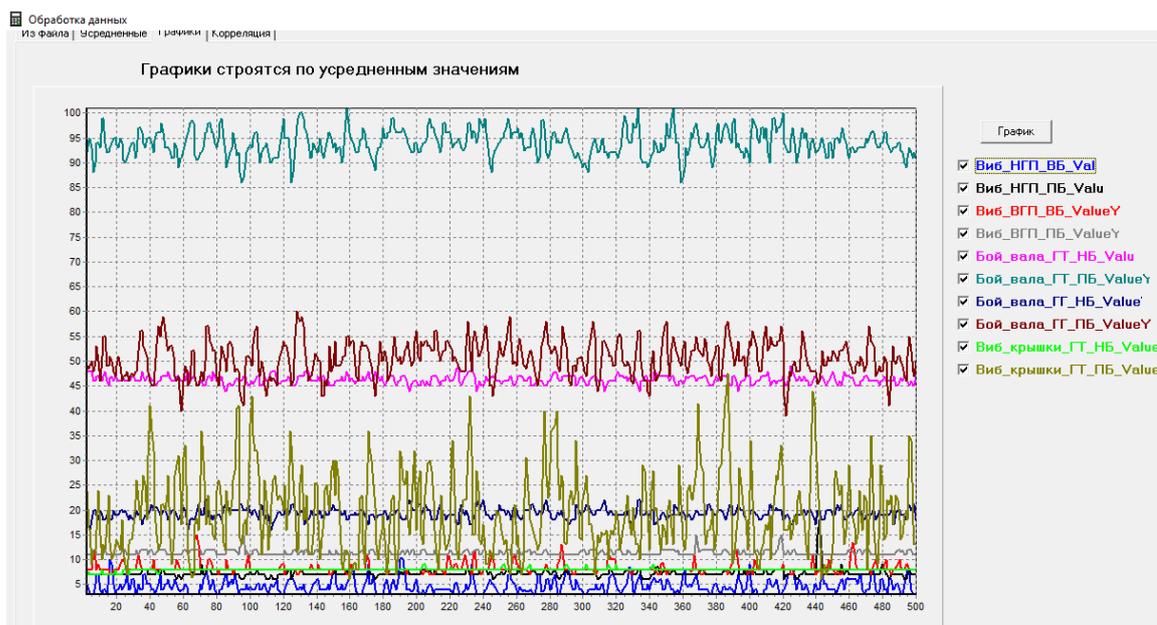


Рисунок 4.5 – Кривые контролируемых вибраций

Поскольку контролируется сразу несколько показателей, необходимо проверить их корреляцию и определить какие методы можно применить для дальнейшего анализа [41]. Взаимосвязь показателей анализировалась с помощью построенной корреляционной матрицы (рис. 4.6), а значимость полученных корреляций проверялась по критерию Стьюдента [36]. Как видно из представленной матрицы, есть значимая связь ( $r = -0,81$ ) между показателями  $X_5$  и  $X_7$  (боем валов гидрогенератора и гидротурбины на нижнем бьефе), а также взаимосвязаны ( $r = 0,61$ ) показатели  $X_6$  и  $X_8$  (те же показатели, только на правом берегу). Необходимо добавить, что значения корреляций будут разными при различных вариантах усреднения.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$
$X_1$	1									
$X_2$	-0,01	1								
$X_3$	-0,14	-0,03	1							
$X_4$	-0,18	-0,01	0,10	1						
$X_5$	-0,01	-0,02	0,15	-0,17	1					
$X_6$	0,03	0,38	-0,02	0,10	0,12	1				
$X_7$	-0,07	0,10	-0,20	0,35	<b>-0,81</b>	-0,07	1			
$X_8$	0,03	0,44	-0,12	0,22	-0,13	<b>0,61</b>	0,31	1		
$X_9$	-0,06	0,14	0,05	0,18	-0,24	0,09	0,31	0,20	1	
$X_{10}$	-0,01	0,04	-0,08	0,18	-0,10	0,05	0,22	0,09	0,21	1

Рисунок 4.6 – Корреляционная матрица

Таким образом, шесть показателей процесса ( $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ ,  $X_4$ ,  $X_9$  и  $X_{10}$ ) практически независимы, а значит могут контролироваться посредством стандартных карт Шухарта для средних значений и стандартных отклонений. На стадии анализа для 30 выборок в системе Statistica были построены контрольные карты Шухарта для этих показателей качества процесса. Рассчитанные при этом значения среднего размаха, среднего уровня и контрольных границ будут применяться для дальнейшего мониторинга. Для примера на рис. 4.7 приведены карты Шухарта для среднего значения и стандартного отклонения показателя  $X_1$  (вибрации нижнего генераторного подшипника верхнего бьефа). Так как все контролируемые значения находятся в пределах контрольных границ на обеих картах, процесс считается стабильным.

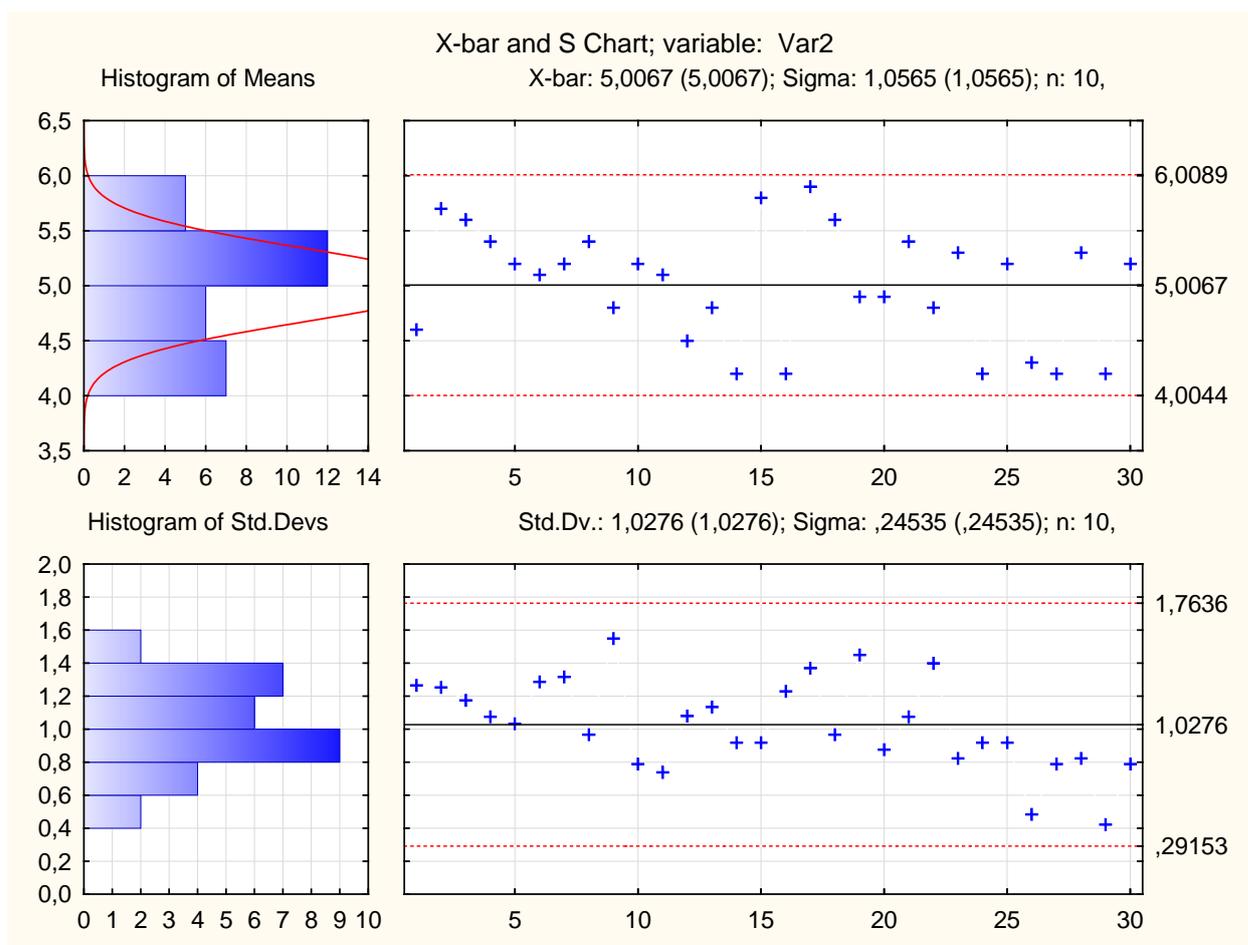
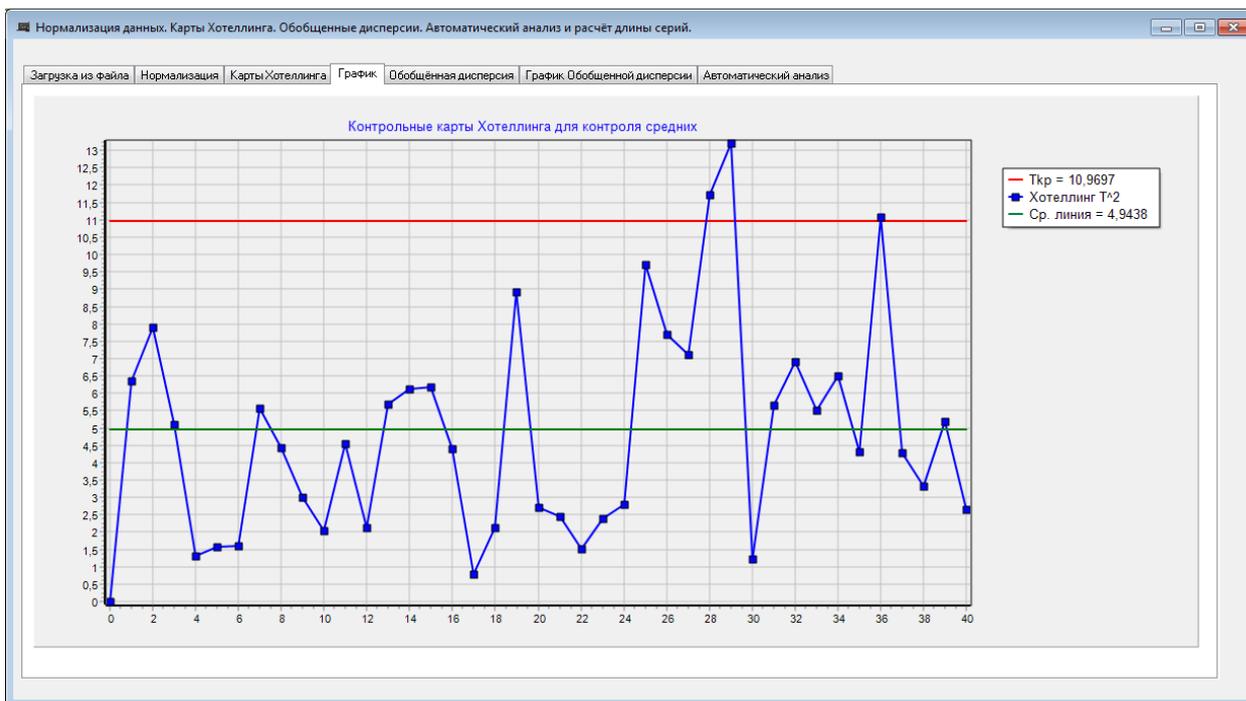
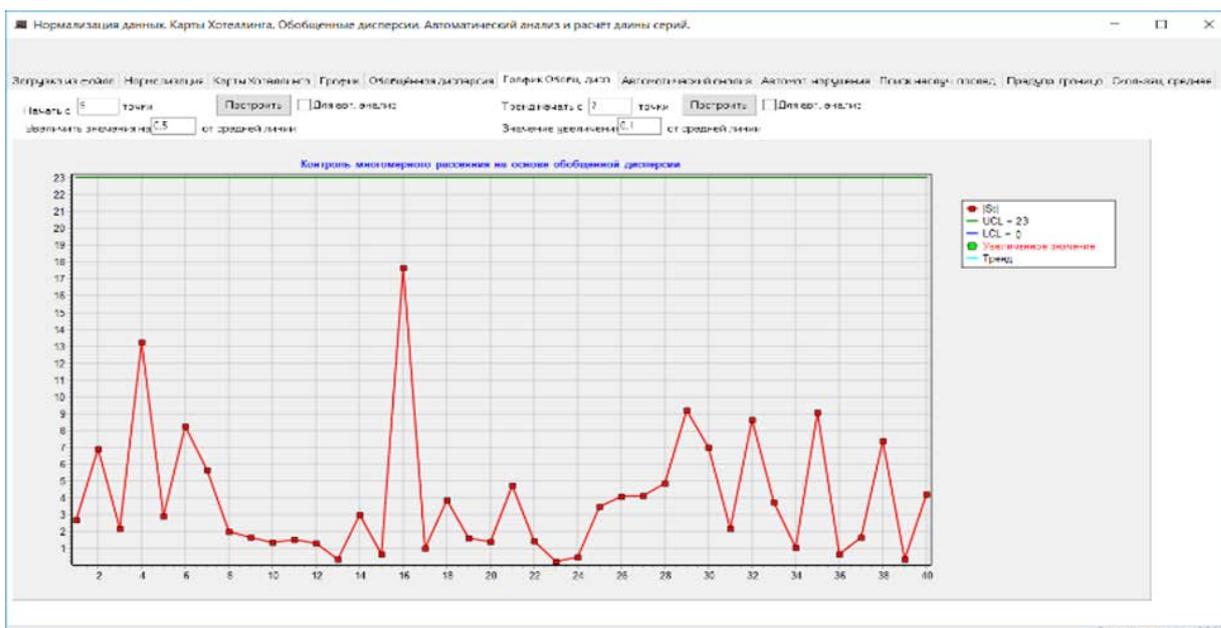


Рисунок 4.7 – Карты Шухарта по показателю  $X_1$

Две взаимосвязанные пары показателей  $X_5$ - $X_7$  и  $X_6$ - $X_8$  необходимо контролировать методами многомерного контроля, в частности, средний уровень процесса – картой Хотеллинга, рассеяние процесса – картой обобщенной дисперсии [12, 35, 37]. На рис. 4.8, 4.9 для примера представлены соответствующие карты Хотеллинга и обобщенной дисперсии, построенные для коррелированных показателей  $X_5$ - $X_7$ . Как видно из представленных результатов, карта Хотеллинга свидетельствует о нарушении процесса, начиная с 28 выборки, а карта обобщенной дисперсии указывает о стабильности многомерного рассеяния процесса [83].

Для более эффективного анализа на возможные нарушения процесса был проведен поиск неслучайных структур на карте обобщенной дисперсии, так как именно этот метод повышает чувствительность карты, показал наибольшую эффективность. На карте обнаружен тренд (шесть точек подряд по возрастанию) от выборки 23 до выборки 28 (рис. 4.9), указывающий на возможное нарушение процесса.

Однако, выявленные специфичные структуры на карте обобщенной дисперсии, также, как и выброс за границу регулирования на карте Хотеллинга, свидетельствуют только о нарушении стабильности рассеяния и среднего уровня процесса коррелированных показателей  $X_5$ - $X_7$ , а не о выходе соответствующих значений вибраций за границы допуска.

Рисунок 4.8 – Карта Хотеллинга для группы показателей X<sub>5</sub>-X<sub>7</sub>Рисунок 4.9 – Карта обобщенной дисперсии для группы показателей X<sub>5</sub>-X<sub>7</sub>

Применив рассмотренную методику контроля стабильности вибрационного состояния гидроагрегата на Краснополянской ГЭС с помощью разработанного программного комплекса [19, 38, 40, 63], можно осуществлять постоянный контроль функционирования гидроагрегата более эффективно, поскольку использован поиск неслучайных структур на

карте обобщенной дисперсии, и при обнаружении нарушений стабильности своевременно принять решение о дальнейшем воздействии: изменении нагрузки или останове системы.

#### 4.2. Особенности контроля системы водоочистки

Система водоочистки состоит из сложных сооружений и устройств, которые посредством осуществления различных технологических процессов предоставляют потребителям воду требуемого качества.

Основным принципом организации станции водоочистки является иерархическое расположение сооружений и механизмов, определяющееся условиями работы. Система очистки воды состоит из взаимосвязанных элементов, выполняющих самостоятельные функции [27, 79]. Таким образом, систему водоочистки описать в виде трехуровневой системы контроля (рис. 4.10).

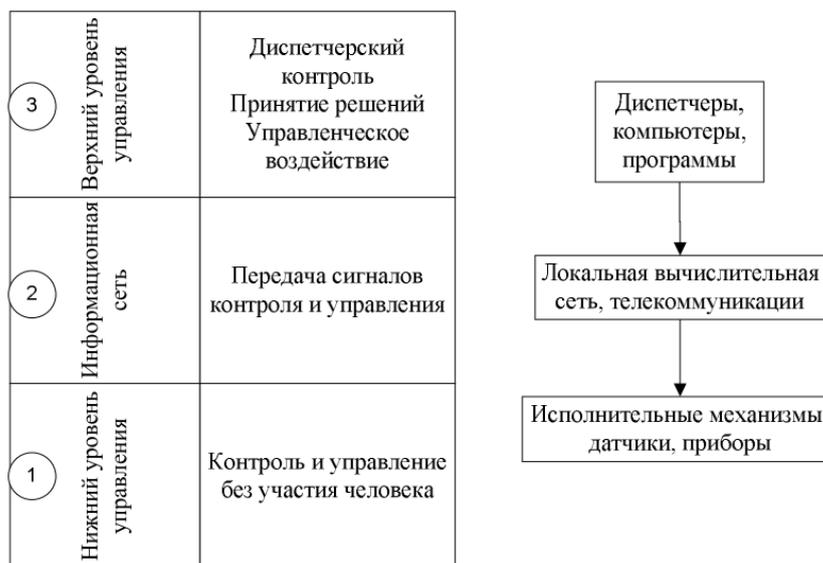


Рисунок 4.10 – Уровни контроля станции водоочистки

Нижний уровень контроля состоит из совокупности исполнительных устройств (насосы, вентили, задвижки, клапаны, затворы) и механизмов сбора данных (датчики давления и определения показателей качества воды, расхода, температуры, уравнимеры и пр.).

К верхнему уровню относятся автоматизированные рабочие места и электронно-вычислительные машины, на которых осуществляется представление информации о текущей работе системы, прием и обработка информации, полученной от нижнего уровня, предупредительная и аварийная сигнализация. Таким образом, верхний уровень представляет собой мозг системы, регулирующий весь процесс очистки воды.

Связующим звеном между верхним и нижним уровнями в соответствии с иерархической структурой являются локальные системы управления. Получая данные с верхнего уровня, локальные системы передают сигнал на исполнительные устройства, т.е. на нижний уровень, для выполнения конкретной команды. Локальные системы автоматизируют работу конкретного сооружения, что обеспечивает приемлемое выполнение технологических процессов в данном сооружении.

Технические средства, которые используются в системах водоочистки подразделяются на средства обработки данных и принятия решений, информационные и исполнительные средства, линии передачи данных.

Технологические процессы очистки воды имеют свои специфические особенности, которые должны учитываться при выборе приборов и устройств автоматизации на объектах очистки воды.

Контроль качества воды осуществляется путем замеров информационными средствами показателей качества воды специфическими анализаторами или датчиками «на линии». Замеры осуществляются различными методами и способами (спектрофотометрия, фотометрия, амперометрия и др.) [27].

Для непрерывной передачи полученных данных на верхние уровни датчики нижнего уровня системы обязательно должны обладать высокой чувствительностью и точностью.

Помимо датчиков, определяющих показатели качества воды, на станциях очистки также применяются обычные датчики температуры, расхода, уровня и прочие, которые передают необходимые данные.

Принятие решений и обработка данных осуществляется промышленными контроллерами, которые могут иметь разную вычислительную мощность, промышленными ЭВМ, наборами микропроцессорных плат как российского производства (Прома, ОВЕН, Росма и пр.), так и иностранного (Siemens, AnalogDevices, Advantech и пр.).

В состав станции контроля также входят устройства связи с объектом, которые соединяют датчики и исполнительные устройства с вычислительными средствами, нормализуют и фильтруют низкочастотный сигнал, создает гальваническую изоляцию между каналами станции и источником сигнала.

На нижнем уровне контроля в качестве датчика или исполнительного устройства применяются микроконтроллеры с ограниченными возможностями. На следующем уровне применяются высокопроизводительные компьютеры и контроллеры, которые собирают и обрабатывают данные от нескольких датчиков и координируют несколько исполнительных устройств. На верхнем уровне находится автоматизированное рабочее место, в которое объединяются несколько персональных компьютеров и промышленных вычислительных машин [33].

Информация на станции контроля передается, в случае односторонней передачи, по линиям связи, в случае двустороннего обмена, по линиям передачи информации, в качестве которых выступают промежуточные устройства и физическая среда. Организация передачи информации осуществляется по цифровым каналам, использующих наиболее распространенные промышленные стандарты работы RS-232C, RS-485. Взаимодействие всех уровней контроля организуется по локальной вычислительной сети, основанной на технологиях Wi-Fi или Ethernet. В

случае невозможности использования локальных вычислительных сетей передачу данных можно выполнять по радиоканалам

Воздействие на процесс при получении соответствующей команды осуществляется с помощью исполнительных устройств, которые преобразуют входной сигнал в выходной. В качестве электрических исполнительных устройств применяют двигатели (при запуске мешалок, насос-дозаторов и пр.) и задвижки (применяют в затворах, задвижках, клапана) [33].

На локальных системах контроля современных станций очистки воды применяются достаточно отработанные алгоритмы работы [73]. Работа станции очистки воды во многом определяется алгоритмической составляющей верхнего уровня. К наиболее важным алгоритмам, применяемым на станциях относятся алгоритмы: обработки данных и визуализации полученных результатов, сбора информации о качестве воды, а также обеспечение оптимизации параметров для формирования уставок на локальные системы контроля, расположенные на среднем уровне контроля. В то время как, сформированные уставки рассчитаны на оптимизацию работу всей станции очистки воды по конкретному критерию.

По функциональному показателю система контроля очистным механизмом состоит из трех составляющих. Первый компонент непосредственно контролирует и управляет состоянием технологических процессов. Вторая составляющая осуществляет планирование технологических процессов. Последний компонент занимается анализом и планированием функционирования системы, вычислением технико-экономических показателей. Рис. 4.11 описывает функциональную структуру системы.

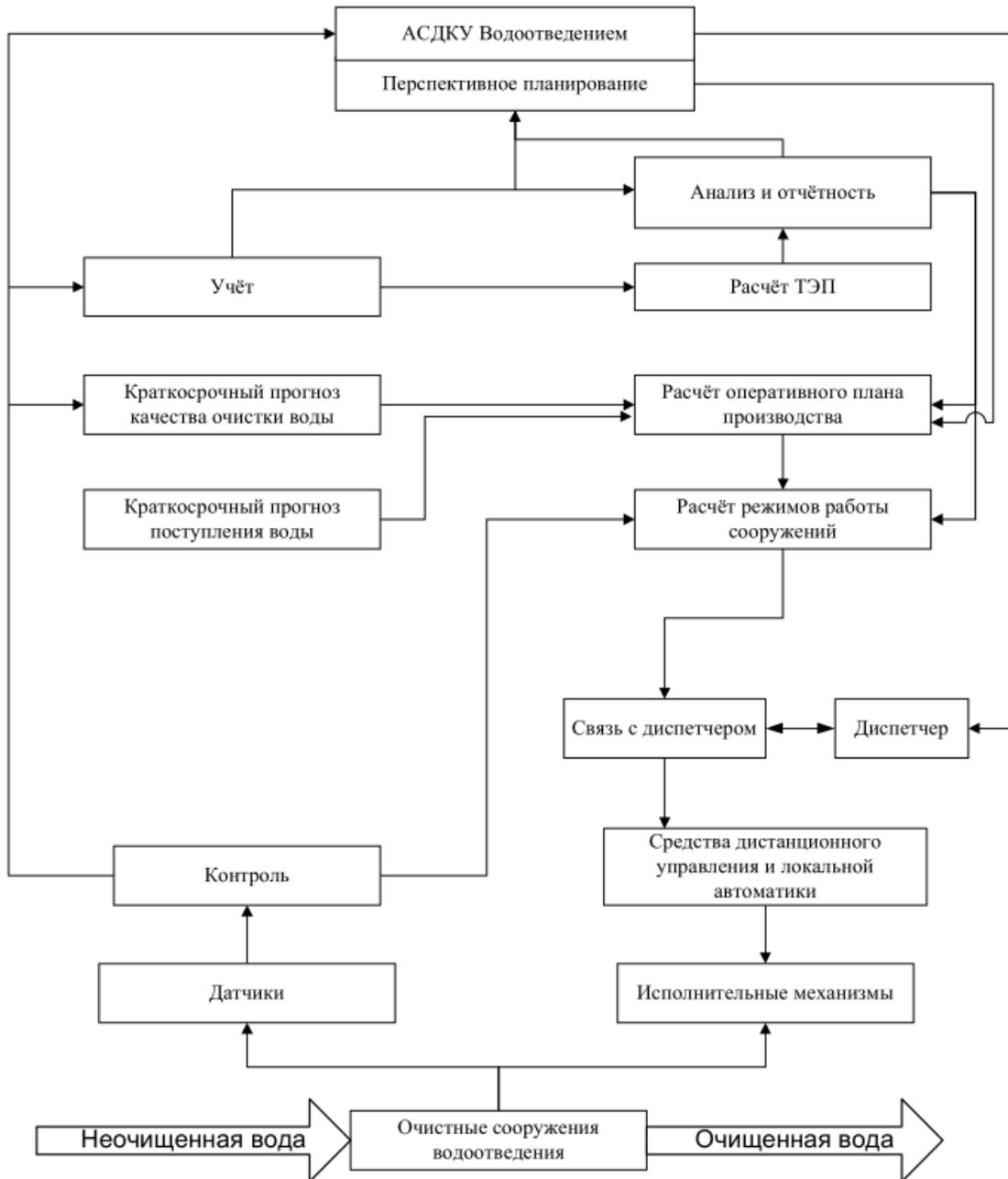


Рисунок 4.11 – Функциональная структура системы контроля очистки воды

На основе описанных функциональной и иерархической структур системы очистки воды можно описать ее работу.

Для определения состояния контролируемой воды, полученной из водоисточника, перед проведением очистки датчиками нижнего уровня замеряют главные физико-химические показатели. Полученные результаты передаются на верхний уровень для анализа и принятия решения. Непосредственно очистка воды заключается в добавлении порции

реагентов, таких как коагулянт и флокулянт, что отражается на качестве очистки воды. Требуемое количество реагентов определяется на каждой станции индивидуально, исходя из эмпирических формул. В частности, на станции очистки воды Санкт-Петербургского водоканала количество коагулянта вычисляется по эмпирической формуле:

$$K = 4\sqrt{Ц} * 0,298 \quad (4.1)$$

где  $K$  – количество коагулянта;  $Ц$  – значение цветности.

Количество флокулянта устанавливается по таблице 4.1.

Таблица 4.1

Температура, °С	Планируемое количество флокулянта, мг/дм <sup>3</sup>	Количество флокулянта при возрастании мутности, мг/дм <sup>3</sup>
0,0°÷4°	0,2	0,22÷0,25
4°÷5°	0,19	0,21
5°÷11°	0,17	0,2
11°÷15°	0,15	0,17÷0,20
15°÷16°	0,14	0,16
>16°	0,12	0,14

После проведения очистки воды показатели ее качества измеряют и проверяют на соответствие допустимым значениям, прописанных в СанПин [74]. Если значения показателей вышли за установленные границы, система очистки воды приостанавливает свою работу до выяснения причин сбоя и их устранения, а в систему водоотведения начинает поступать вода из резервуаров. На рис. 4.12 приведена UML-диаграмма работы системы очистки воды при нарушении процесса очистки.

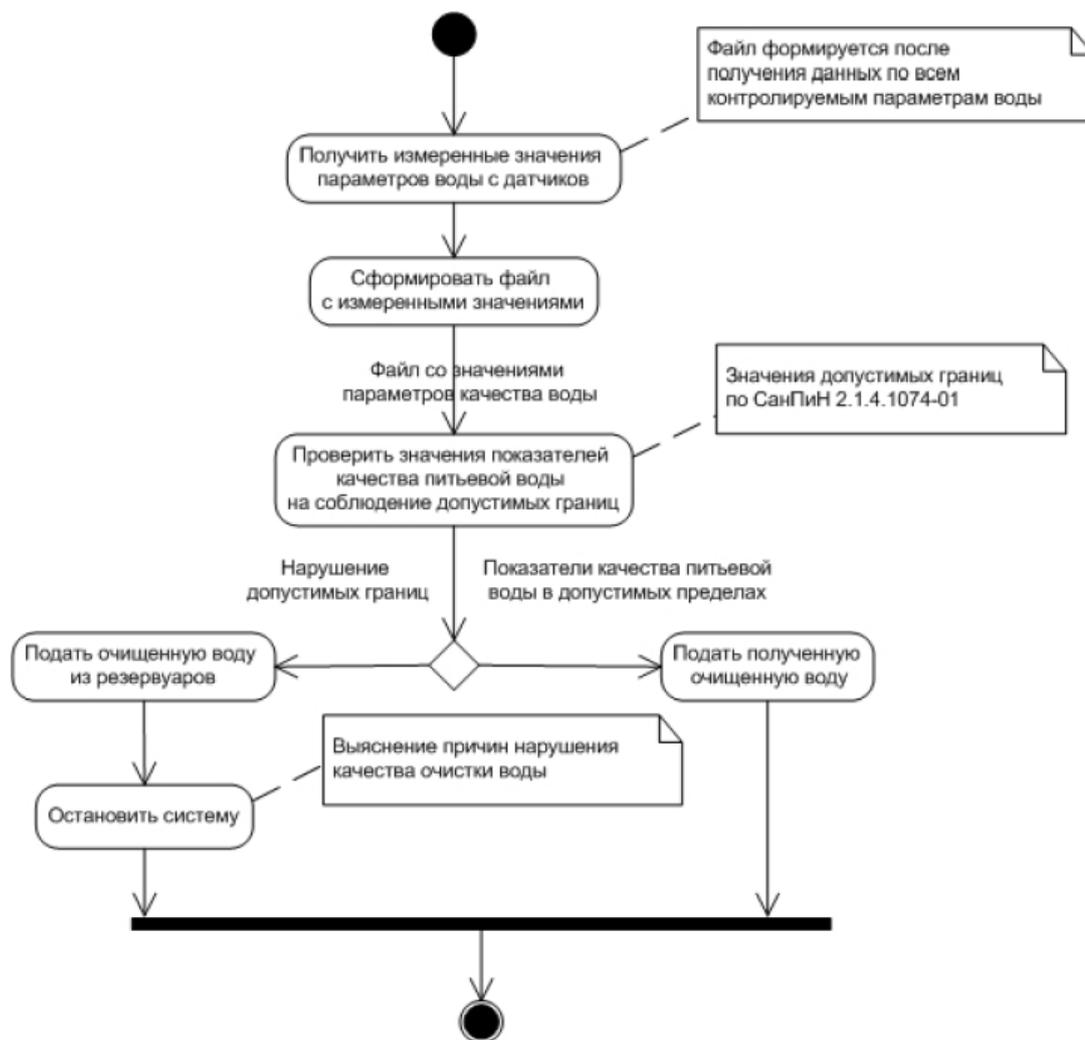


Рисунок 4.12 – Процесс проверки качества воды

В системе очистки воды Санкт-Петербургского водоканала контролируются семь характеристик качества воды, шесть физико-химических характеристик источника «Западный Кронштадт» и количество флокулянта и коагулянта, которые применяются для очистки и рассматриваются в качестве управляемых характеристик. В таблице 4.2 перечислены контролируемые характеристики качества воды, а также интервалы допуска для каждой характеристики в соответствии с СанПин [74].

Таблица 4.2

Обозначение	Название показателя	Границы допуска
$X_1$	Цветность, град.	$\leq 20$
$X_2$	Содержание алюминия, мг/дм <sup>3</sup>	$\leq 0.2$
$X_3$	рН, ед. рН	(6.0; 9.0)
$X_4$	Содержание хлоридов, мг/дм <sup>3</sup>	$\leq 350$
$X_5$	Остаточный хлор, мг/дм <sup>3</sup>	(0.8; 1.2)
$X_6$	Окисляемость, мг/дм <sup>3</sup>	$\leq 5.0$
$X_7$	Щелочность, ммоль/дм <sup>3</sup>	$\leq 4.4$

Значение каждой характеристики определяется по методике, созданной водоканалом посредством определенных анализаторов [31]. Для определения значений цветности (спектрофотометр), содержания алюминия (фотоэлектроколориметр), мутности (мутномер) используется фотометрический метод измерения. рН-метр применяется для измерения щелочности способом потенциометрического титрования и рН электрометрическим способом. Окисляемость определяется фотометрическим анализатором методом бихроматной окисляемости. Наличие хлоридов определяется с помощью хроматографа методом ионной хроматографии. Измерение остаточного хлора осуществляется методом йодометрии.

Для раннего предупреждения о вероятном сбое в процессе водоочистки и прогнозирования состояния водисточника можно применить рассмотренные ранее методы статистического контроля и повышения его эффективности.

Стандарт статистического контроля процессов рекомендует проводить мониторинг 3-10 подгрупп наблюдений по каждому показателю через определенный интервал времени. Этот способ мониторинга применяется к различным процессам. Особенность данного процесса контроля качества воды заключается в том, что из-за сложности измерения

показатели качества проверяются только один раз в сутки, т.е. объем выборки составляет только одно наблюдение.

Для мониторинга независимых показателей могут использоваться карты Шухарта для индивидуальных значений и скользящего размаха. Алгоритм Хотеллинга, адаптированный для индивидуальных наблюдений, используется для мониторинга среднего уровня коррелированных показателей.

Для мониторинга многомерного рассеяния процесса применяются карта обобщенной дисперсии, но традиционный подход неприемлем для индивидуальных наблюдений. Поэтому для обнаружения нарушения многомерного рассеяния показателей качества процесса очистки воды применяется модификация алгоритма обобщенной дисперсии.

В течение определенного периода времени (учитывая, что показания снимаются один раз в сутки, этот определенный период времени может составлять, например, 30 дней) берется обучающая выборка контролируемых показателей качества воды. Для своевременного выявления нарушений, чтобы не допустить выхода показателей качества за границы допустимого, проводится статистический мониторинг [11, 109].

Результаты обучающей выборки применяются для оценки корреляции показателей, что позволяет разделить все показатели на две подгруппы. Если корреляция значима (ее значение оценивают по критерию Стьюдента), необходимо применять многомерные методы контроля. Корреляционная матрица показала значимую корреляцию у показателей «Цветность», «рН», «Окисляемость» и у показателей «Содержание алюминия», «Остаточный хлор» [82].

Для некоррелированных показателей «Содержание хлорида» и «Щелочность» применяются стандартные карты Шухарта. Перед этим необходимо проверить нормальность распределения показателей. Учитывая небольшой размер выборки, для проверки нормальности применяется критерий Шапиро-Уилка. При нарушении нормальности

данные нормализуются с помощью преобразования Джонсона (очень часто положительный результат удается получить при простейшем преобразовании: логарифмировании исходных данных). При этом контрольные карты строятся уже по преобразованным данным.

На рис. 4.13 представлены карты Шухарта для индивидуальных наблюдений и скользящего размаха, построенные в системе Statistica для показателя «Щелочность», не коррелированного с другими показателями. В рассматриваемом случае гипотеза о нормальности распределения не противоречит экспериментальным данным, поэтому преобразование данных не проводилось.

На графике индивидуальных наблюдений среднее значение равно 0,275, верхняя контрольная граница – 0,340, нижняя – 0,210. Стоит отметить, что положение верхней границы значительно ниже допустимого значения щелочности (4,4 ммоль/дм<sup>3</sup>). На графике скользящего размаха среднее значение равно 0,024, верхняя границы – 0,080. Хорошо видно, что на графиках нет точек, выходящих за контрольные границы, т.е. процесс по показателю «Щелочность» стабильный.

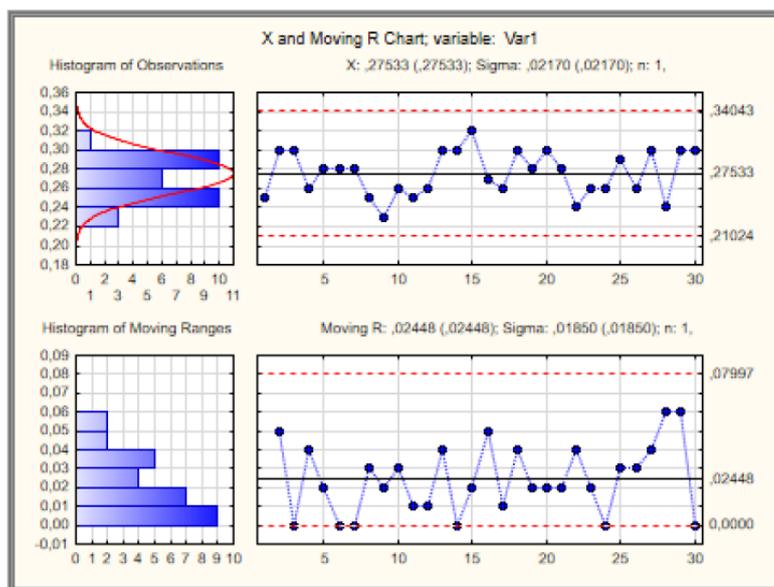


Рисунок 4.13 – Контрольные карты Шухарта для показателя «Щелочность»

На рис. 4.14 показана карта индивидуальных наблюдений и скользящих размахов для показателя «Содержание хлорида».

Можно увидеть аномалии на карте индивидуальных значений в наблюдении 24, верхняя контрольная граница нарушена. И на карте скользящих размахов также есть два выхода точек за контрольную границу в наблюдениях 22 и 30.

Стоит отметить, что выход точек за пределы контрольных границ означает нарушение стабильности процесса по соответствующему показателю и указывает на необходимость предпринять надлежащие шаги для настройки процесса, но значение контролируемого параметра, как правило, пока находится в пределах допустимого.

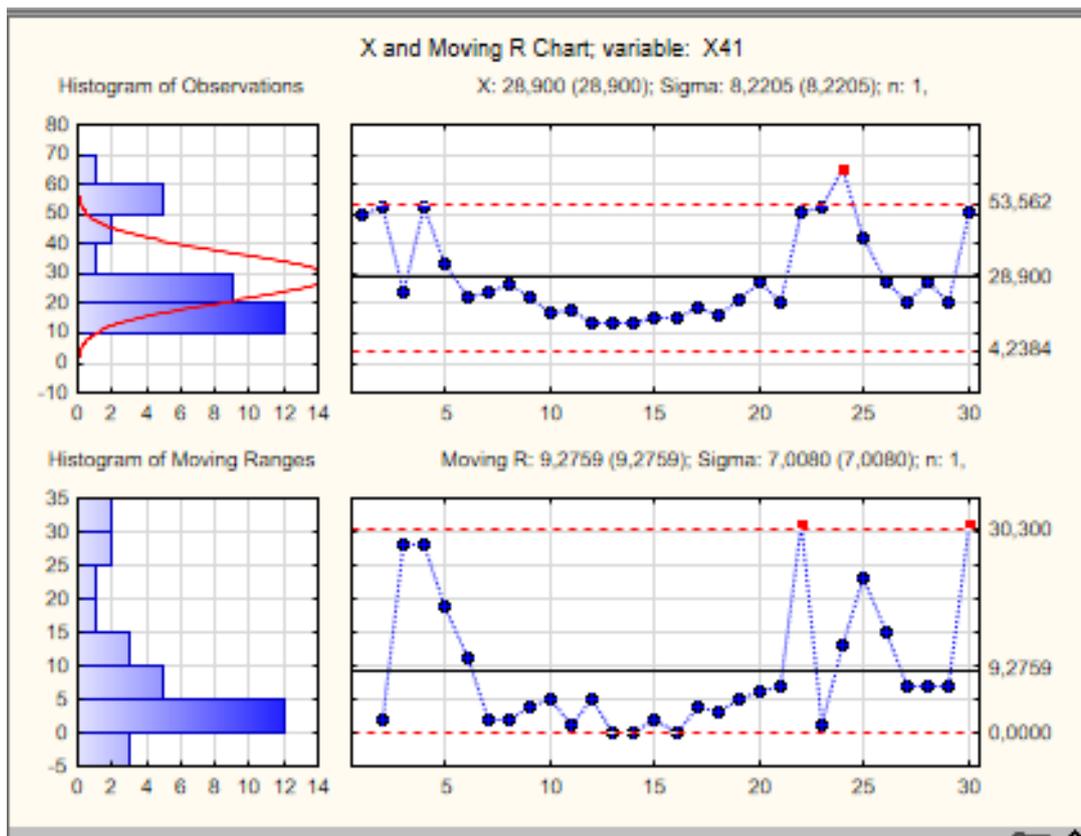


Рисунок 4.14 – Контрольные карты Шухарта для показателя «Содержание хлорида»

При построении карты Хотеллинга для индивидуальных наблюдений оценки ковариационной матрицы  $\Sigma$  рассчитывается по формулам (2.33)–(2.35). Критическое значение  $T_{кр}^2$ , определяющее положение контрольной границы карты Хотеллинга для индивидуальных наблюдений определяется по формуле (2.36), а статистика Хотеллинга для каждого  $t$  наблюдения ( $t = 1, \dots, m$ ) – по формуле (2.37).

На рис. 4.15, 4.16 показаны карты Хотеллинга для двух групп коррелированных показателей качества очистки воды («Содержание алюминия»-«Остаточного хлора» и «Цветность»-«рН»-«Окисляемость» соответственно), построенные в разработанной программе. Карты свидетельствует о стабильности процесса, т.к. нет точек, выходящих за контрольную границу [13].

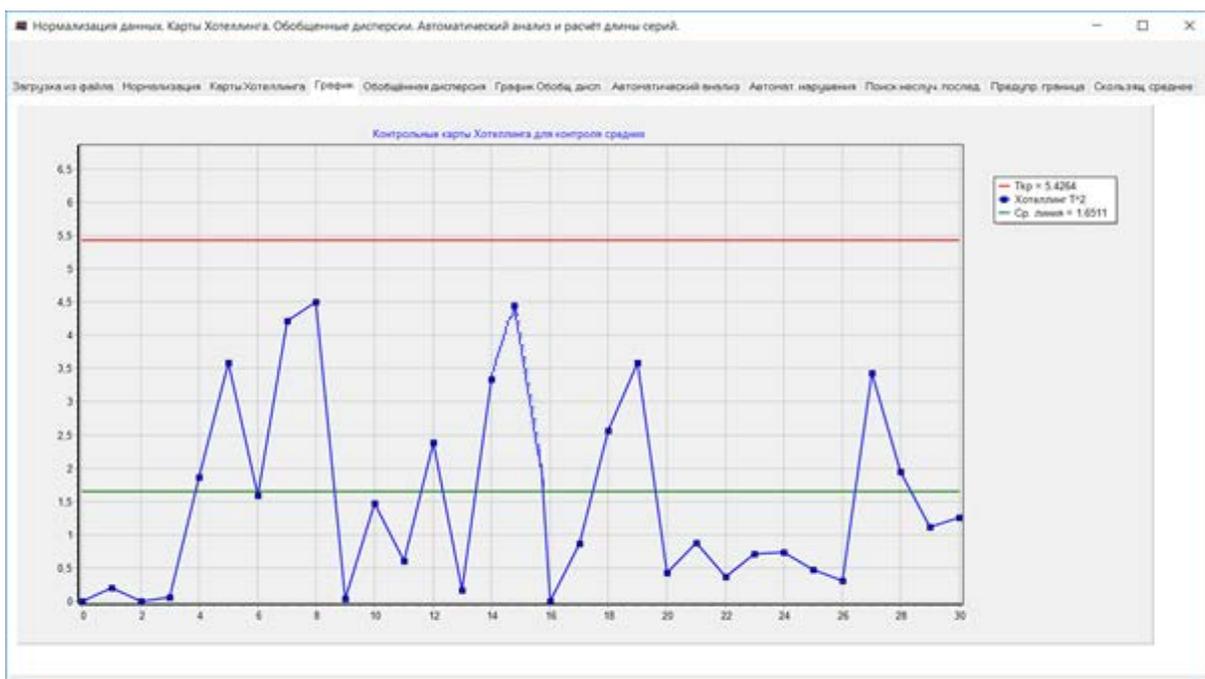


Рисунок 4.15 – Карта Хотеллинга для коррелированных показателей «Содержание алюминия» и «Остаточного хлора»

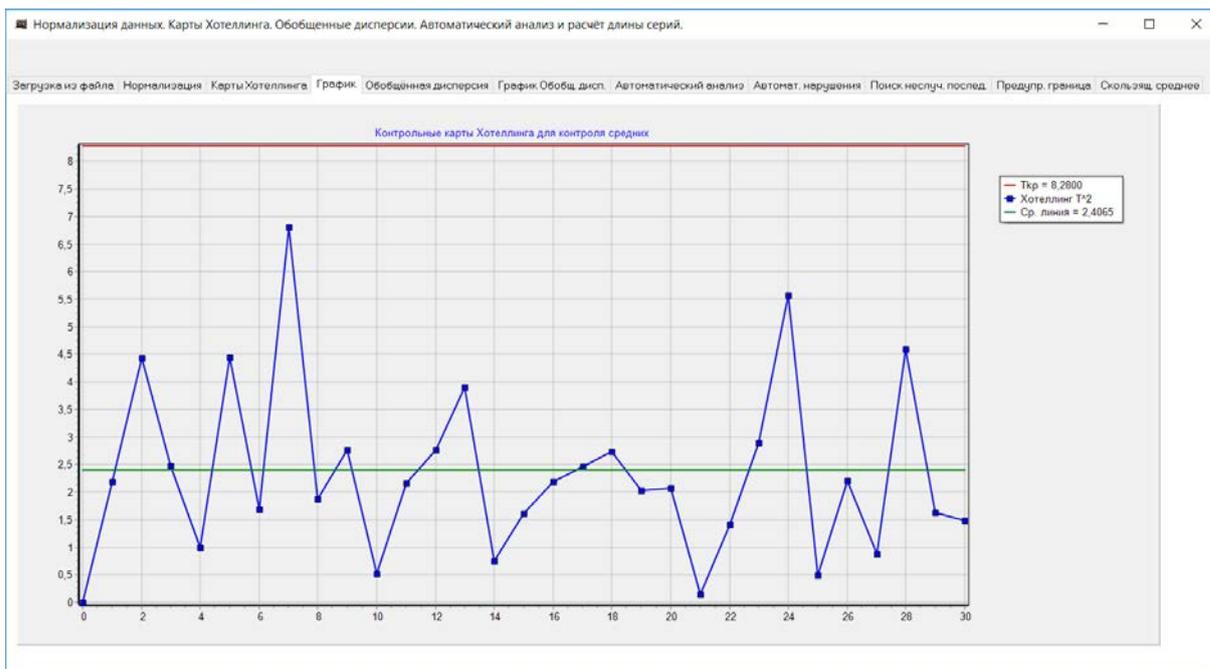


Рисунок 4.16 – Карта Хотеллинга для коррелированных показателей «Цветность», «рН» и «Окисляемость»

Для многомерной карты обобщенной дисперсии по индивидуальным наблюдениям предполагается применение подхода, аналогичного оценке стандартного отклонения через скользящие размахи в одномерном контроле. Элементы ковариационной матрицы находятся по формулам (2.40) – (2.45).

На рис. 4.17, 4.18 приведены карты обобщенной дисперсии для индивидуальных наблюдений для двух коррелированных групп показателей «Содержание алюминия»-«Остаточного хлора» и «Цветность»-«рН»-«Окисляемость» соответственно.

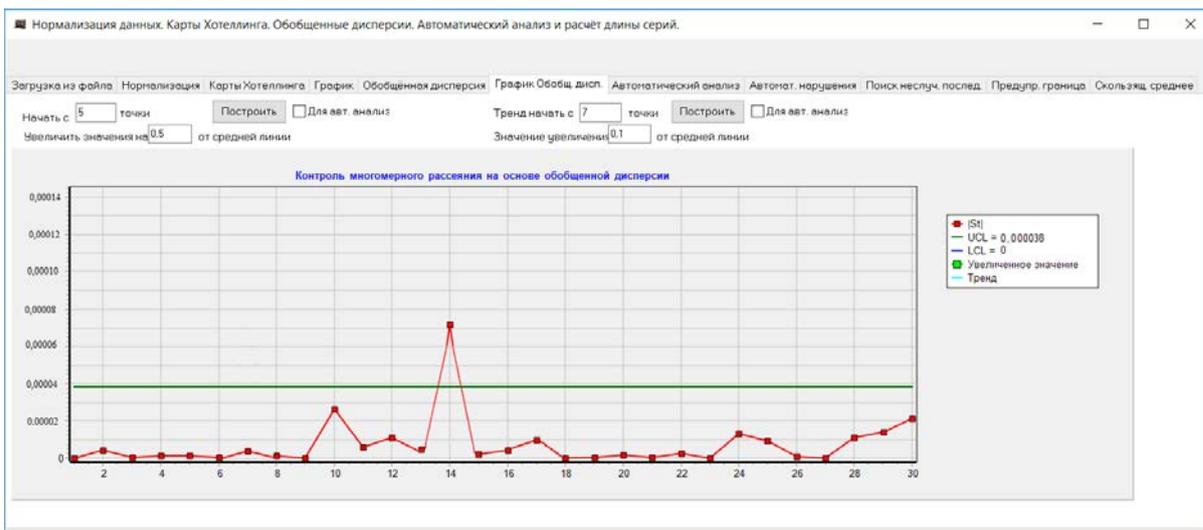


Рисунок 4.17 – Карта обобщенной дисперсии для коррелированных показателей «Содержание алюминия» и «Остаточного хлора»

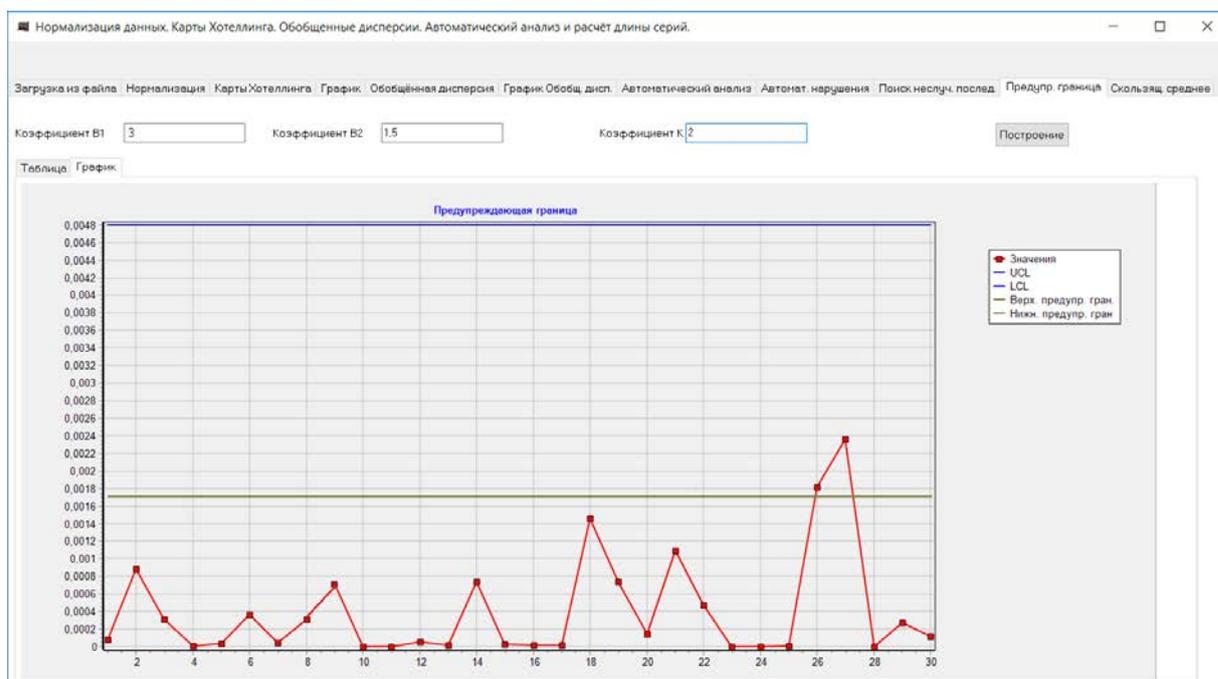


Рисунок 4.18 – Карта обобщенной дисперсии для коррелированных показателей «Цветность», «рН» и «Окисляемость»

Карта обобщенной дисперсии по индивидуальным наблюдениям, построенная для коррелированных показателей «Содержание алюминия» и «Остаточного хлора» свидетельствует о наличии сбоя в наблюдении 14, где значение оценки вышло за контрольную границу.

Карта обобщенной дисперсии, построенная для коррелированных показателей «Цветность», «рН» и «Окисляемость» говорит о стабильности процесса по критерию многомерного рассеяния, т.к. нет точек, выходящих за контрольную границу. Однако более глубокий анализ с применением предупреждающей границы свидетельствует о возможном нарушении процесса, т.к. две точки попали в предупреждающую область.

#### **4.3. Контроль прочностных характеристик теплоизоляционных плит**

Главной тенденцией политики «устойчивого развития» в современном мире считается энерго- и ресурсосбережение. Одним из способов уменьшения расхода энергетических ресурсов выступает сокращение потерь тепла путем теплоизоляции конструкций зданий, технологического оборудования, сооружений. Хороший утеплитель должен быть безопасным, технологичным, иметь наименьшую теплопроводность, сохранять свои свойства во время всего срока службы, которых должен быть соизмерим со сроком службы здания, а также препятствовать появлению насекомых и микроорганизмов. Одним из самых распространенных типов теплоизоляционных материалов являются минераловатные плиты.

Технология производства минераловатного утеплителя довольно трудный процесс, каждая стадия которого управляется автоматически. В качестве сырья выступают измельченные вулканические породы, такие как базальты и габбро. Благодаря минеральной основе данный вид утеплителя получает свои главные свойства: безопасность и экологичность.

Технология производства (рис. 4.19) минеральной ваты состоит в следующем:

- сырье поступает на склад завода-производителя, где оно дробится и отсеивается в мелкую фракцию под названием шихта;

- шихта с точно заданными характеристиками отправляют в коксовую плавильную печь, где под температурой 1600 °С она обретает требуемую вязкость;

- полученный расплав с помощью центрифуги и центробежной силы вытягивается в волокна, а поток воздуха охлаждает их и отправляет в специальную камеру, где в волокно обрабатывается водоотталкивающим и связующим составом;

- из обработанного волокна формируется полотно заданной толщины, которое подпрессовывается, благодаря чему обретается высокая прочность на сжатие и отрыв слоев;

- полученное полотно минеральной (базальтовой) ваты поступает в камеру полимеризации для того, чтобы под действием горячего воздуха связующее отвердело;

- готовые базальтовые плиты нарезаются на нужные размеры, упаковываются и отправляются на склад.



Рисунок 4.19 – Технология производства минеральной ваты

Качество заготовки строго контролируется на всех стадиях изготовления. А затем лаборатория проверяет такие параметры готового продукта как водопоглощение, модуль упругости, теплопроводность, прочность на сжатие и отрыв слоев и др.

Контроль качества минерального волокна осуществляют на технологической линии. Для контроля из случайно намеченных мест полотна прямо на конвейере берут точечные пробы. Все взятые пробы объединяют в одну пробу массой не менее 1,5 кг для проведения исследования их теплофизических и физико-механических характеристик.

Согласно [29] необходимо провести испытания по следующим техническим характеристикам:

- внешний вид;
- линейные размеры;
- водопоглощения;
- плотности;
- линейной температурной усадки;
- влажности;
- гибкости;
- правильности геометрической формы;
- содержание органических веществ;
- прочность на сжатие при 10%-ной относительной деформации;
- модуль упругости при сжатии;
- кислотного числа.

Для отработки методики контроля стабильности параметров прочности минераловатного утеплителя формируется обучающая выборка по двум коррелированным показателям: прочность при сжатии ( $x_1$ ) и модуль упругости ( $x_2$ ) [7, 42]. Полученные данные служат для оценки параметров контрольных карт и последующего мониторинга процесса в условиях производства.

Прочность на сжатие при 10%-ной относительной деформации (рис. 4.20) определяется как отношение величины сжимающей силы к исходной площади поперечного сечения пробы при его 10%-ной относительной деформации с учетом того, что 10%-ная относительная деформация получена до начала вероятной пластической деформации или уничтожения пробы.

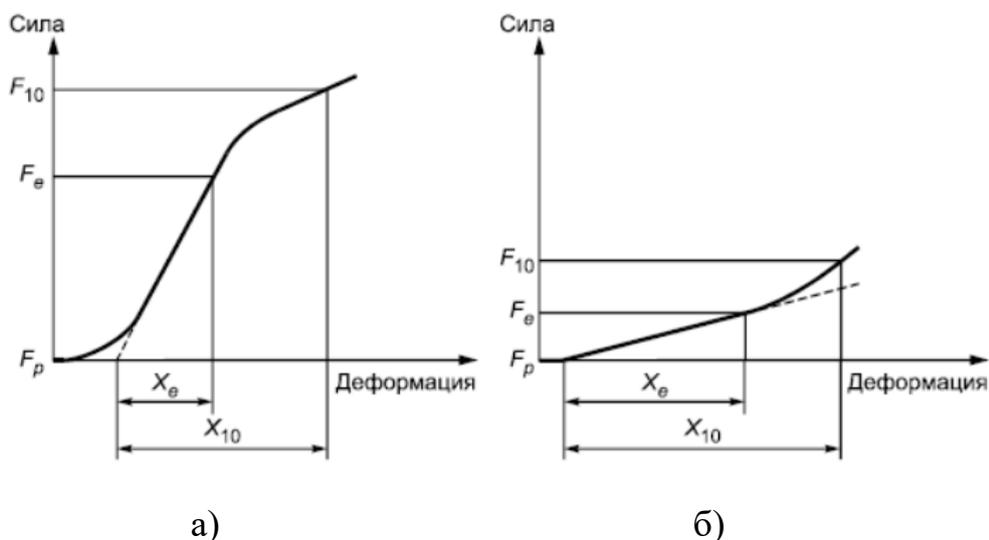


Рисунок 4.20 – Кривые зависимости деформации пробы от воздействующей силы в состоянии текучести (а), при разрушении (б) ( $F_p$  – сила, равная предшествующей нагрузке;  $F_e$  – сила, равная деформации  $x_e$ ;  $F_{10}$  – сила, идентичная относительной 10%-ной деформации пробы;  $x_e$  – деформация в условно упругой области;  $x_{10}$  – относительная 10%-ная деформация)

Прочность на сжатие при 10%-ной относительной деформации измеряется в кПа и находится по формуле

$$\sigma_{10} = 10^3 \frac{F_{10}}{A_0} \quad (4.2)$$

где  $A_0$  – исходная площадь поперечного сечения пробы, мм<sup>2</sup>.

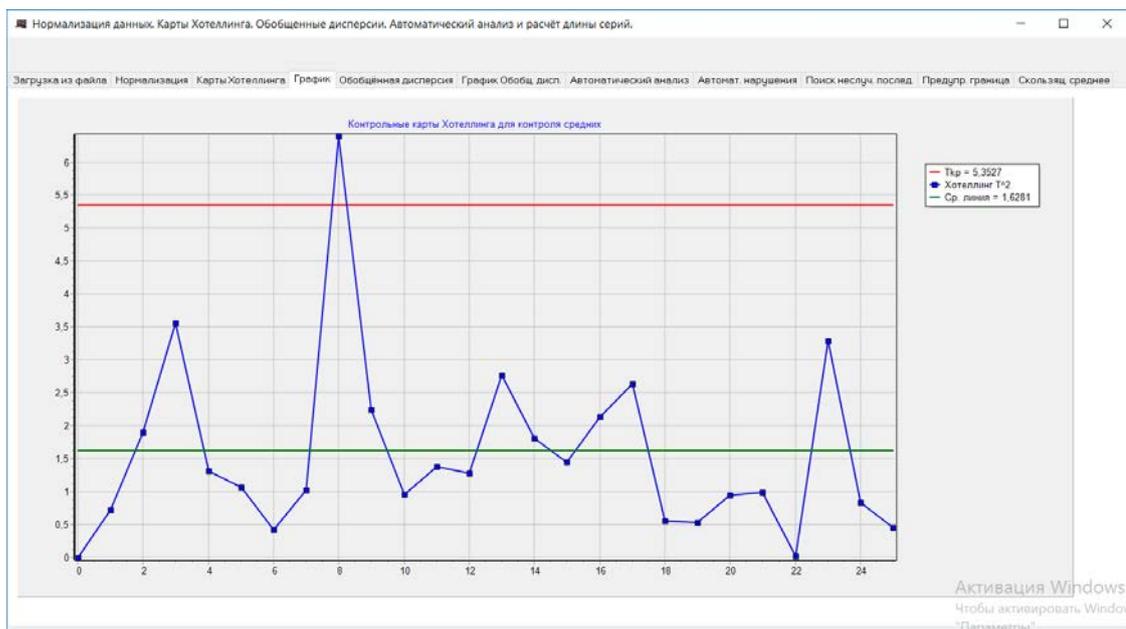
Модуль упругости при сжатии определяется как отношение напряжения сжатия и относительной деформации пробы с учетом того, что зависимость между данными параметрами прямо пропорциональна.

Модуль упругости при сжатии также измеряется в кПа и определяется по формуле

$$E = \sigma_e \frac{d_0}{x_e} \quad (4.3)$$

где  $\sigma_e = 10^3 \frac{F_e}{A_0}$ ;  $d_0$  – замеренное значение изначальной толщины пробы, мм.

На начальном этапе анализировались 25 мгновенных выборок ( $m$ ) по 4 наблюдения в каждой ( $n$ ): проверялись распределены ли исследуемые характеристики нормально, их числовые характеристики, корреляция контролируемых параметров между собой. Контрольные карты (алгоритм Хотеллинга для проверки стабильности среднего уровня процесса; алгоритм обобщенной дисперсии для проверки стабильности многомерного рассеяния) строились в разработанной программе (рис. 4.21).



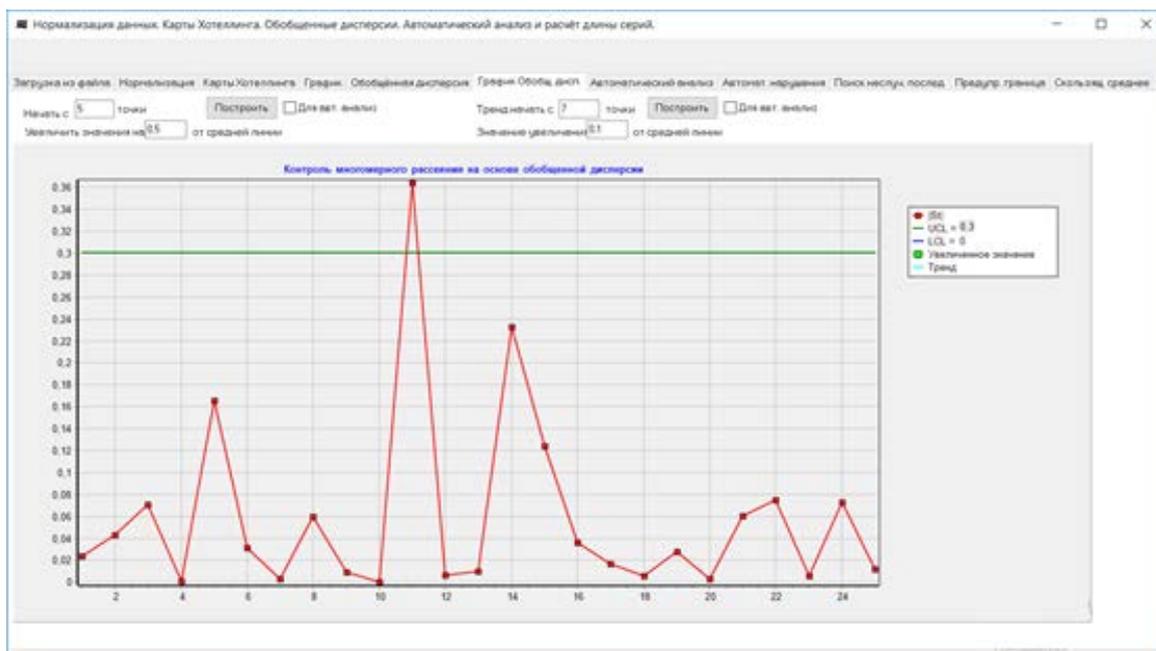


Рисунок 4.21 – Многомерные контрольные карты на начальном этапе

Обе карты зафиксировали выбросы: карта Хотеллинга в выборке 8, карта обобщенной дисперсии в выборке 11. Этот факт свидетельствует о нестабильности процесса.

Для последующего контроля процесса в производственных условиях оценка положения границ регулирования и средней линии на картах должна проводиться в условиях стабильного процесса. Поэтому полученные выбросы на обеих картах необходимо поочередно удалить и построить карты заново. Таким образом, устранив выборку 8 и выполнив перерасчет, пропадают выбросы и на карте обобщенной дисперсии.

Построенная в дальнейшем по результатам мониторинга карта Хотеллинга подтверждает стабильность среднего уровня процесса. В связи с этим на рис. 4.22 приведена только часть карты обобщенной дисперсии, которая поначалу указывает на стабильность процесса по критерию многомерного рассеяния, т.к. отсутствуют выбросы за контрольную границу, но после более детального анализа можно сделать вывод о наличии нарушения процесса.

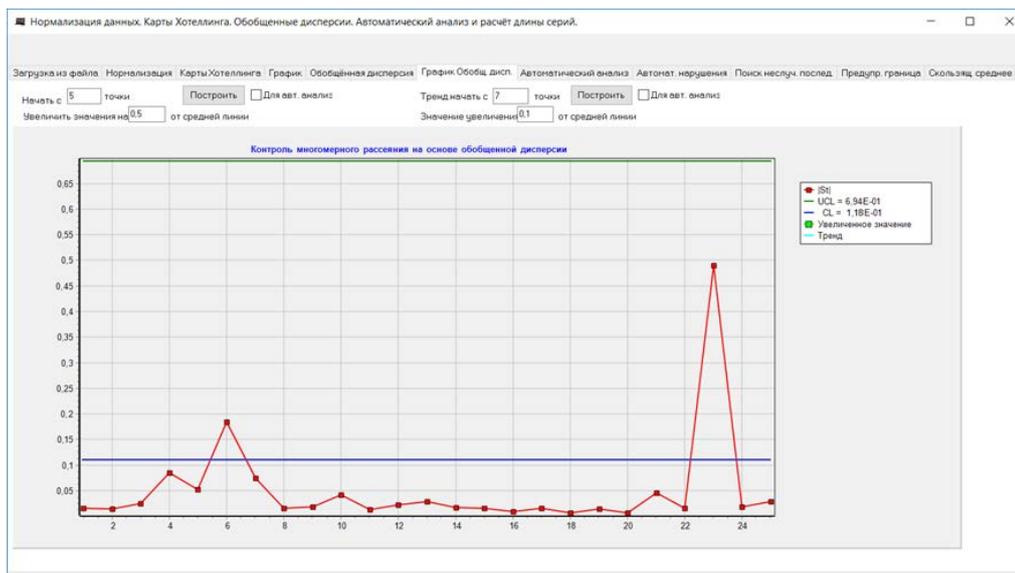


Рисунок 4.22 – Карта обобщенной дисперсии по данным мониторинга

В главе 2 были рассмотрены несколько методов повышения эффективности карты обобщенной дисперсии, среди которых после проведенных испытаний самым эффективным оказался анализ неслучайных структур на карте обобщенной дисперсии. Как видно из рис. 4.22 на карте обобщенной дисперсии наблюдается одна из таких структур (16 последовательных точек по одну сторону от центральной линии в выборках с 7 по 22). Следовательно, вопреки тому, что ни одна из точек на карте обобщенной дисперсии не попала в критическую область за границу регулирования, процесс считается нестабильным и требуется его отладка.

По предложению специалистов предприятия Евроизол была проведена оптимизация параметров алгоритма обобщенной дисперсии, результаты которой представлены на рис. 3.23: объем выборки при этом составил  $n = 3$ , частота выборок  $h = 0,4$  час,  $\alpha = 0,0001$ , при этом затраты оценены в  $M(C) = 234$  у.е.

Изначально соответствующие параметры задавались экспертами предприятия и составили  $n = 4$ ,  $h = 0,25$ ,  $\alpha = 0,005$ , при этом расчет по формуле (2.15) при тех же экономических характеристиках дает  $M(C) =$

336 у.е., таким образом затраты, связанные с проведением контроля сокращаются примерно на 30%.

#### **4.4. Выводы по главе**

В главе приведены результаты применения методики многомерного статистического контроля стабильности процессов на примере диагностики вибрационного состояния гидроагрегата на Краснополянской ГЭС и контроля прочностных параметров минераловатных теплоизоляционных плит компании ООО «Евроизол». С целью повышения чувствительности контроля обоих процессов был применен анализ структур специального вида на карте обобщенной дисперсии, который по результатам испытаний, представленных в главе 2, оказался наиболее эффективным для скорейшего обнаружения изменения рассеяния процесса. В результате проведенных расчетов было показано, что поиск неслучайных структур на карте обобщенной дисперсии действительно позволяет фиксировать нарушения процесса раньше традиционного подхода, поскольку сигнал о наличии неспецифичной структуры точек поступает раньше, чем попадание точек в критическую область за границы регулирования.

В главе также была описана методика применения карты обобщенной дисперсии для процесса водоочистки Санкт-Петербургского водоканала, при котором взятие мгновенных выборок по техническим условиям невозможно и используются результаты индивидуальных наблюдений один раз в сутки.

Следует отметить, что предложенные подходы увеличения чувствительности алгоритма обобщенной дисперсии и контроля многомерного рассеяния при индивидуальных наблюдениях могут применяться во всех случаях, когда требуется предотвратить определённую нештатную ситуацию и заранее среагировать на нарушение, скорректировав процесс, т.е. осуществлять управление по прогнозу.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты позволяют считать, что поставленная цель работы – обеспечение стабильности функционирования сложных технических систем на основе более эффективных методов и алгоритмов контроля показателей работы этих систем по сравнению со стандартной картой обобщенной дисперсии – достигнута.

Основные результаты исследования:

- 1) Предложены методы и алгоритмы оптимизации параметров статистического контроля многомерного рассеяния показателей функционирования сложных технических систем на основе обобщенной дисперсии по двум критериям: минимизации времени до обнаружения нарушения и минимизации затрат, связанных с контролем; при этом затраты в рассмотренном примере контроля теплоизоляционных плит снижены на 30%.
- 2) Разработаны методы повышения эффективности контроля на основе алгоритма обобщенной дисперсии с использованием поиска структур специального вида на контрольной карте, применением предупреждающей границы и алгоритма экспоненциально взвешенных скользящих средних; проведенные статистические испытания показали, что эти методы обеспечивают снижение средней длины серий при различных типах нарушения в несколько раз: в рассмотренном примере средняя длина серий снизилась с 11 до одной выборки.
- 3) Разработанный алгоритм программный комплекс статистического контроля коррелированных показателей функционирования сложных технических систем с применением предложенных методов и алгоритмов может быть использован при решении практических задач мониторинга функционирования систем и обеспечивает поддержку принятия решений при нарушении стабильности в условиях эксплуатации.
- 4) Проведенное численное исследование функционирования реальных

технических объектов (гидроагрегат, система водоочистки, процесс производства теплоизоляционных плит) показало повышение эффективности контроля многомерного рассеяния показателей, которое и обеспечивает стабильность функционирования технических систем: при обнаружении признаков нарушения производится корректировка процесса для исключения его нестабильности.

Направление дальнейшего совершенствования методов многомерного статистического контроля – это решение многокритериальных задач: найти параметры контроля, минимизируя как стоимость контроля, так и время на обнаружение нарушения; оптимизация контроля одновременно по алгоритмам Хотеллинга и обобщенной дисперсии, и другие.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адлер Ю.П., Максимова О.В., Шпер В.Л. Контрольные карты Шухарта в России и за рубежом: краткий обзор современного состояния (статистические аспекты) / Стандарты и качество, 2011. № 8. С. 82–87
2. Адлер Ю.П., Шпер В.Л. Практическое руководство по статистическому управлению процессами. – М.: Альпина Паблишер, 2019. – 234 с.
3. Алексеева А.В. Повышение эффективности статистического контроля многомерного рассеяния процесса // Автоматизация процессов управления. 2020. № 3 (61). С. 101-107.
4. Алексеева А.В. Применение методов статистического контроля для диагностики вибросостояния гидроагрегата // Вестник Ульяновского государственного технического университета. 2019. № 1 (85). С. 67-71.
5. Алексеева А.В. Алгоритм обобщенной дисперсии при контроле стабильности функционирования объекта // Современные проблемы проектирования, производства и эксплуатации радиотехнических систем. Сборник научных трудов. Ульяновск, 2019. С. 149-152.
6. Алексеева А.В. Программа моделирования выборок для оценки эффективности контроля вибраций гидроагрегата // Информатика, моделирование, автоматизация проектирования. Сборник научных трудов X Всероссийской школы-семинара аспирантов, студентов и молодых ученых. Ульяновск, 2018. С. 46-48.
7. Алексеева А.В. Статистический контроль прочностных характеристик теплоизоляционных плит // Вестник Ульяновского государственного технического университета. 2021. № 3 (95). С. 27-30.
8. Алексеева А.В. Поиск структур специального вида на карте обобщенной дисперсии как метод повышения эффективности контроля // Вестник Ульяновского государственного технического университета. 2020. № 2-3 (90-91). С. 20-23.

9. Алексеева А.В., Жуков Д.А., Клячкин В.Н., Санталов А.А. Применение агрегированных классификаторов при машинном обучении для оценки стабильности функционирования технических объектов // Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли. Москва, 2020. С. 622-624.
10. Алексеев А.А., Иванова А.В., Клячкин В.Н., Кувайскова Ю.Е. Анализ данных о вибрациях гидроагрегата // Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2018611066.
11. Алексеева А.В., Карпунина И.Н., Клячкин В.Н. Особенности статистического контроля процесса очистки питьевой воды // Метрологическое обеспечение инновационных технологий. Материалы III Международного форума в рамках празднования 80-летия Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, 300-летия Российской академии наук. Под редакцией В.В. Окрепилова. Санкт-Петербург, 2021. С. 279-280.
12. Алексеева А.В., Карпунина И.Н., Клячкин В.Н. Анализ стабильности функционирования гидроагрегата по результатам вибромониторинга // Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2020). Сборник трудов по материалам VI Международной конференции и молодежной школы. В 4-х томах. Под редакцией В.А. Фурсова. 2020. С. 356-361.
13. Алексеева А.В., Карпунина И.Н., Клячкин В.Н. Выявление нарушений при мониторинге процесса очистки питьевой воды // Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2021). Сборник трудов по материалам VII Международной конференции и молодежной школы. Самара, 2021. С. 30762.
14. Алексеева А.В., Клячкин В.Н. Выбор оптимальных параметров алгоритма обобщенной дисперсии // Информатика, моделирование, автоматизация проектирования (ИМАП-2020). XII Международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых : сборник научных трудов. Ульяновск, 2021. С. 12-16.

15. Алексеева А.В., Клячкин В.Н. К вопросу о выборе оптимальных параметров алгоритма обобщенной дисперсии // Радиоэлектронная техника. 2020. № 1 (13). С. 197-201.
16. Алексеева А.В., Клячкин В.Н. Оценка эффективности алгоритма обобщенной дисперсии при мониторинге многомерного рассеяния // Информатика, моделирование, автоматизация проектирования. Сборник научных трудов XI Всероссийской школы-семинара аспирантов, студентов и молодых ученых, посвященной памяти Афанасьева Александра Николаевича. Под редакцией Н.Н. Войта. 2019. С. 33-35.
17. Алексеева А.В., Клячкин В.Н. Повышение эффективности статистического управления процессами по критерию стабильности многомерного рассеяния // Информационные технологии в моделировании и управлении: подходы, методы, решения. III Всероссийская научная конференция с международным участием: сборник докладов. Тольятти, 2021. С. 199-205.
18. Алексеева А.В., Клячкин В.Н. Обнаружение тренда многомерного рассеяния по алгоритму обобщенной дисперсии // Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук. Материалы VI Международной научно-практической конференции молодых ученых. Тольятти, 2020. С. 4-7.
19. Алексеева А.В., Клячкин В.Н. Программное обеспечение для контроля стабильности вибраций гидроагрегата // IT-Технологии: развитие и приложения. XV Ежегодная Международная научно-техническая конференция. Владикавказ, 2018. С. 134-141.
20. Алексеева А.В., Клячкин В.Н. Выбор параметров алгоритма обобщенной дисперсии при многомерном статистическом контроле рассеяния процесса // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2021. Т. 23. № 1 (99). С. 79-83.
21. Алексеева А.В., Клячкин В.Н. Методика проведения статистических испытаний при мониторинге многомерного рассеяния // Информатика,

моделирование, автоматизация проектирования. Сборник научных трудов X Всероссийской школы-семинара аспирантов, студентов и молодых ученых. Под редакцией А.Н. Афанасьева. 2018. С. 49-51.

22. Алексеева А.В., Клячкин В.Н. Анализ стабильности вибросостояния гидроагрегата // Информационные технологии в моделировании и управлении: подходы, методы, решения. Материалы II Всероссийской научной конференции с международным участием. В 2 частях. 2019. С. 18-22.

23. Алексеева А.В., Кувайсткова Ю.Е., Клячкин В.Н. Разработка методики оценки стабильности функционирования гидроагрегата по результатам вибромониторинга // Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук. Материалы V Международной научно-практической конференции (школы-семинара) молодых ученых. 2019. С. 352-354.

24. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ / Пер. с англ.; Под ред. Б.В. Гнеденко. – М.: Физматгиз, 1963. – 500 с.

25. Болч Б., Хуань К. Многомерные статистические методы для экономики / Пер. с англ.; Под ред. С.А. Айвазяна. – М.: Статистика, 1979. – 317 с.

26. Владиславлев Л. А. Вибрация гидроагрегатов гидроэлектрических станций. М. : Энергия, 1972. – 153 с.

27. Герасимов Г.Н. Технический справочник по обработке воды: в 2 т. Т.1: пер. с фр. – СПб.: Новый журнал, 2007. – 1736 с.

28. Гидроэлектрические станции: Учебник для студентов высших учебных заведений / Н.Н. Аршеневский, Ф.Ф. Губин, М.Ф. Губин и др.; Под ред. Ф.Ф. Губина и Г.И. Кривченко. – 2-е изд., перераб. – М.: Энергия, 1980. – 368 с.

29. ГОСТ 17177-94 Материалы и изоляция строительные теплоизоляционные. Методы испытаний. – Введ. 1996-04-01. – М.; Изд-во стандартов, 1996. – 40 с.

30. ГОСТ Р 50779.41-96 Статистические методы. Контрольные карты для арифметического среднего с предупреждающими границами. – Введ. 1997-07-01. – М.; Изд-во стандартов, 1996. – 28 с.
31. ГОСТ Р 51232-98 Вода Питьевая. Общие требования к организации и методам контроля качества. – Введ. 1999-07-01. – М.; Изд-во стандартов, 2003. – 16 с.
32. ГОСТ Р ИСО 13373-1 – 2009 Контроль состояния и диагностика машин. Вибрационный контроль состояния машин. Часть 1. Общие методы. – Введ. 2011-01-01. – М.: Стандартиформ, 2019. – 47 с.
33. Журба М.Г., Соколов Л.И., Говорова Ж.М. Водоснабжение. Проектирование систем и сооружений: издание второе, переработанное и дополненное в 3-х томах. Том 2. – М.: Издательство АСВ, 2004. – 496 с.
34. Иванова А.В. Исследование стабильности вибраций гидроагрегата с применением методов статистического контроля // Информатика, моделирование, автоматизация проектирования. IX Всероссийская школа-семинар аспирантов, студентов и молодых ученых. Ульяновск, 2017. С. 117-120.
35. Иванова А.В., Карпунина И.Н., Клячкин В.Н. Статистическая обработка результатов вибромониторинга гидроагрегата // Научный вестник УИ ГА. 2017. № 9. С. 144-150.
36. Иванова А.В., Клячкин В.Н. Оценка коррелированности показаний датчиков при вибромониторинге гидроагрегата // Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук. Материалы IV научно-практической международной конференции (школы-семинара) молодых ученых: в 2 частях. 2018. С. 122-125.
37. Иванова А.В., Клячкин В.Н. Использование алгоритмов многомерного контроля при вибромониторинге гидроагрегата // Перспективные информационные технологии. Труды Международной научно-технической конференции. Самара, 2018. С. 1007-1010.

38. Иванова А.В., Клячкин В.Н. Статистический анализ данных о вибрациях гидроагрегата // Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук. Материалы III научно-практической всероссийской конференции молодых ученых. Тольятти, 2017. С. 218-221.
39. Иванова А.В., Клячкин В.Н. Оценка эффективности алгоритма обобщенной дисперсии по результатам статистических испытаний // Современные проблемы проектирования, производства и эксплуатации радиотехнических систем. 2017. № 5. С. 186-188.
40. Иванова А.В., Клячкин В.Н. Оценка стабильности вибраций гидроагрегата // Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2018611051.
41. Иванова А.В., Клячкин В.Н., Кувайскова Ю.Е. Предварительная обработка данных при контроле стабильности вибраций // Радиоэлектронная техника. 2017. № 1 (10). С. 174-177.
42. Ивахненко А.М. Моделирование контроля качества технологических процессов и промышленной продукции. Монография / А.М. Ивахненко, А.Ч.Ахохов // М.: Техполиграфцентр, 2008. –146 с.
43. Илларионов О. И. Оптимизация планов контроля при статистическом регулировании технологических процессов групповой обработки изделий. X - карты // Надежность и контроль качества, 1996. № 9. С. 21–28.
44. Клячкин В.Н. Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии. М.: Финансы и статистика, ИНФРА-М, 2009. – 304 с.
45. Клячкин В.Н. Модели и методы статистического контроля многопараметрического технологического процесса. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.– 196 с.
46. Клячкин В.Н. Контрольная карта Хотеллинга с предупреждающей границей // Вестник Ульяновского государственного технического университета. 2001. № 4 (16). С. 56-61.

47. Клячкин В.Н., Алексеева А.В. Оптимизация параметров алгоритма обобщенной дисперсии // Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2021). Сборник трудов по материалам VII Международной конференции и молодежной школы. Самара, 2021. С. 30792.
48. Клячкин В.Н., Алексеева А.В. Методы повышения эффективности алгоритма обобщенной дисперсии при контроле многомерного рассеяния // Метрологическое обеспечение инновационных технологий. Материалы III Международного форума в рамках празднования 80-летия Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, 300-летия Российской академии наук. Под редакцией В.В. Окрепилова. Санкт-Петербург, 2021. С. 135-136.
49. Клячкин В.Н., Алексеева А.В. Оценка стабильности вибраций на основе алгоритма обобщенной дисперсии // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. Социальные, гуманитарные, медико-биологические науки. 2018. № 4. С. 491.
50. Клячкин В.Н., Алексеева А.В. Оптимизация параметров алгоритма обобщенной дисперсии при статистическом контроле процесса // Автоматизация процессов управления. 2021. № 3 (61). С.41-47.
51. Клячкин В.Н., Алексеева А.В. Исследование эффективности статистического контроля вибраций гидроагрегата // Автоматизация процессов управления. 2020. № 1 (59). С. 24-29.
52. Клячкин В.Н., Алексеева А.В. Оценка стабильности функционирования гидроагрегата по результатам мониторинга вибраций // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2019. № 3. С. 11-18.
53. Клячкин В.Н., Алексеева А.В. Оценка стабильности вибраций на основе алгоритма обобщенной дисперсии // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2018. Т. 20. № 4-3 (84). С. 491-493.
54. Клячкин В.Н., Алексеева А.В. Методы повышения эффективности алгоритма обобщенной дисперсии при контроле многомерного рассеяния //

Метрологическое обеспечение инновационных технологий. Материалы III Международного форума. Санкт-Петербург, 2021. С. 135-136.

55. Клячкин В.Н., Ведута Д.Ю., Дмитриева Е.Б. Диагностика нарушений многопараметрического технологического процесса по наличию тренда на карте Хотеллинга // Современные проблемы создания и эксплуатации радиотехнических систем. Сборник материалов Всероссийской конференции. – Ульяновск, 2009. – С. 278-279.

56. Клячкин В.Н., Жуков Д.А., Алексеева А.В. Применение машинного обучения для вибродиагностики гидроагрегата // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2020. № 1. С. 1-5.

57. Клячкин В.Н., Кравцов Ю.А. Многомерный статистический контроль процесса очистки питьевой воды // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. 2015. № 1 (26). С. 31-40.

58. Клячкин В.Н., Кравцов Ю.А. Обнаружение нарушений при многомерном статистическом контроле технологического процесса // Программные продукты и системы. 2016. № 3. С. 192-197.

59. Клячкин В.Н., Кравцов Ю.А., Жуков Д.А. Оценка эффективности диагностики состояния объекта по наличию неслучайных структур на карте Хотеллинга // Автоматизация процессов управления. 2015. № 1 (39). С. 50-56.

60. Клячкин В.Н., Кравцов Ю.А., Охотников И.А. Алгоритмы обнаружения нарушений при многомерном статистическом контроле технологического процесса // Вестник Ульяновского государственного технического университета. 2014. № 1 (65). С. 48-51.

61. Клячкин В.Н., Кравцов Ю.А., Святова Т.И. Методы повышения эффективности многомерного статистического контроля // Научно-технические технологии. – 2013. - №5. – С.53-58.

62. Клячкин В.Н., Крашенинников В.Р., Кувайскова Ю.Е. Прогнозирование и диагностика стабильности функционирования технических объектов: монография. – М.: РУСАЙНС, 2020 г. – 200 с.

63. Клячкин В.Н., Кувайскова Ю.Е., Иванова (Алексеева) А.В. Система статистического анализа и контроля стабильности вибраций гидроагрегата // Программные продукты и системы. 2018. № 3. С. 620-625.
64. Клячкин В.Н., Святова Т.И., Донцова Ю.С. Диагностика состояния процесса по результатам контроля рассеяния // XII Всероссийское совещание по проблемам управления: Труды. – М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. – С. 7605-7615.
65. Кравцов Ю.А. Анализ нарушений технологического процесса с помощью контрольной карты Хотеллинга // Вестник Ульяновского государственного технического университета. 2014. № 1 (65). С. 51-54.
66. Мартышенко С.Н., Мартышенко Н.С., Кустов Д.А. Моделирование многомерных данных и компьютерный эксперимент. Техника и технология, 2007. – №2. С. 47–52.
67. Мердок Дж. Контрольные карты / Пер. с англ.; Предисл. Ю.П. Адлера. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 151 с.
68. Миттаг Х. Статистические методы обеспечения качества / Х. Миттаг, Х. Ринне : пер. с нем. – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
69. Нельсон Л.С. Контрольные карты Шухарта – Тесты на особые случаи // Технологии качества, 1984. №4(16). С.237-239.
70. Нельсон Л.С. Интерпретация Ж контрольных карт Шухарта// Технологии качества, 1985. №2(17). С.114-116.
71. ПНСТ 146-2016 Статистические методы. Контрольные карты. Часть 6. EWMA-карты. – Введ. 2017-01-01. – М.: Стандартиформ, 2016. – 8с.
72. Статистические методы повышения качества / Под ред. Х. Куме; Пер. с англ. и доп. Ю.П. Адлера, Л.А. Конаревой. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 304 с.
73. Рульнов А. А., Евсафьев К. Ю. Автоматизация систем водоснабжения и водоотведения. – М.: ИНФРА-М, 2010. – 280 с.

74. СанПиН 2.1.4.1074-01 «Питьевая вода. Гигиенические требования к качеству воды централизованных систем питьевого водоснабжения. Контроль качества»
75. Стандарт организации НП «Инновации в электроэнергетике». Гидроэлектростанции. Методика оценки технического состояния основного оборудования. СТО 70238424.27.140.001-2011. М. : 2011. 400 с.
76. Сошникова Л.А., Тамашевич В.Н., Уебе Г. Многомерный статистический анализ в экономике. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999. – 598 с.
77. Сундарон Э.М. Исследование влияния фактора сглаживания на параметры контрольной карты экспоненциально взвешенного скользящего среднего // Международный научно-исследовательский журнал. 2016. №8-3(50). С. 89-92.
78. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2 т. Т.1 / Пер. с англ.; Под ред. Ю.В. Прохорова. – М.: Мир, 1984. – 528 с.
79. Шагапов А.П. Автоматизация и диспетчеризация систем водоснабжения// Сантехника. 2015. №1. С. 46-48.
80. Юнак Г.Л., Годлевский А.Н., Плотников А.Н. Об интерпретации серий на контрольных картах // Методы менеджмента качества. – 2005. - №4. – С. 41-48.

*Публикации в изданиях, индексируемых в Scopus:*

81. Alekseeva A., Karpunina I., Klyachkin V. Specific Features of Potable Water Purification Process // Journal of Physics: Conference Series, 1889(3), 2021. P. 32040.
82. Alekseeva A., Karpunina I., Klyachkin V. Detection of abnormalities during monitoring of potable water purification process // CEUR Workshop Proceedings, 2021. P.
83. Alekseeva A., Karpunina I., Klyachkin V. Analysis of Hydraulic Unit Operation Stability According to its Vibration Monitoring Results // CEUR Workshop Proceedings. "ITNT-DS 2020 - Proceedings of the 6th International

Conference Information Technology and Nanotechnology. Session Data Science" 2020. C. 46-49.

84. Alt F.B., Johnson N.L. and S. Kotz Multivariate Quality Control // Encyclopedia of Statistical Sciences. 2013. Vol. 6. P. 1014-1018.

85. Aparisi, F., Carrión, A. and Jabaloyes, J. Statistical properties of the  $|S|$  multivariate control chart // Communications in Statistics: Theory and Methods. 1999. V. 28, No. 11. P. 2641-2654.

86. Bahirae E., Raissi S. Economic design of Hotelling's  $t^2$  control chart on the presence of fixed sampling rate and exponentially assignable causes.// Journal of Industrial Engineering International, 2014. Vol. 10. P. 229–238.

87. Dr. Kawa, M. Jamal Rashid. Design of an Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) and An Exponentially Weighted Root Mean Squre (EWRMS) Control Chart //International Journal of Advanced Engineering Research and Science (IJAERS). 2017. Vol. 4, Issue 3. P. 88-91.

88. Duncan A.J. The economic design of x-chart used to maintain current control of the process // Journal of the American Statistical Association, 1956. Vol. 51. pp. 228–242.

89. Dunkan, A.J. The economic design of x chart when there is a multiplicity of assignable causes / A.J. Dunkan // J. Amer. Statist. Assoc., 1971.Vol. 66. P. 107–121.

90. Franceschini F., Galetto M.and Genta G. Multivariate control charts for monitoring internal camera parameters in digital photogrammetry for LSDM (Large-Scale Dimensional Metrology) applications // Precision Engineering, 2015.Vol 42, P. 133–142.

91. Fuchs C., Kennet R.S. Multivariate quality control: Theory and Applications, New York: Marcel Dekker, 1998, 224 p.

92. García-Díaz, J. Carlos. The 'effective variance' control chart for monitoring the dispersion process with missing data // Industrial Engineering. 2007. Vol. 1. № 1.pp. 40–45.

93. John J. Flaig. The Shewhart-Ewma automatic control chart // *Global Journal of Researches in Engineering: J General Engineering*. 2014. Volume 14 Issue 1. P.21-26.
94. Kai Yang, Peihua Qiuges. Adaptive Process Monitoring Using Covariate Information // *Technometrics*. – 2021. – V.63(3). – P. 313-328.
95. Keoagile Thaga and Ramasamy Sivasamy. Single Variables Control Charts: A Further Overview // *Indian Journal of Science and Technology*, 2015. Vol 8(6). P. 518-528.
96. Klyachkin V., Alekseeva A. Parameters optimization of the generalized dispersion algorithm// *CEUR Workshop Proceedings*, 2021. P.
97. Kropotov Yu. A., Proskuryakov A. Yu. and Belov A. A. A method for predicting changes in the parameters of time series in digital information control systems // *Computer Optics*, 2018. Vol 42(6), P. 1083–1100.
98. Lowry C., Montgomery D.C. A review of multivariate control charts, *Technometrics*, 1995. Vol 27, P. 800-810.
99. Mastrangelo C.M., Runger G.C. and Montgomery D.C. Statistical process monitoring with principal components // *Quality and Reability Engineering International*, 1996. Vol 12, P. 203-210.
100. Mertikopoulos P., A. L. Moustakas. Learning in an Uncertain World: MIMO Covariance Matrix Optimization With Imperfect Feedback // *IEEE Transactions on Signal Processing*. – 2016. –V. 64(1). – P. 5-18/ doi: 10.1109/TSP.2015.2477053.
101. Montgomery, D. C. Introduction to statistical quality control. John Wiley and Sons, 1996. 782 p.
102. Montgomery D.C., Wadsworth. Jr. H.M. Some Techniques for Multivariate Quality Control Applications // *ASQC Technical Conference Transactions*. Washington, DC, 1972. P.427-435.
103. Nan Chen, Xuemin Zi, Changliang Zou. A Distribution-Free Multivariate Control Chart // *Technometrics*. – 2016. - V.58(4). – P.448-459.

104. Roberts I., J. M. Kahn, J. Harley, D. W. Boertjes, Channel Power Optimization of WDM Systems Following Gaussian Noise Nonlinearity Model in Presence of Stimulated Raman Scattering // *Journal of Lightwave Technology*. – 2017. – V. 35(23). – P. 5237-5249. doi: 10.1109/JLT.2017.2771719.
105. Ryan T.P. Statistical methods for quality improvement. – N.Y.: Wiley, 1989. – 420 p.
106. Spettel, H. Beyer, M. Hellwig. A Covariance Matrix Self-Adaptation Evolution Strategy for Optimization Under Linear Constraints // *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. – 2019. – V. 23(3) – P. 514-524. doi: 10.1109/TEVC.2018.2871944
107. Stuart Hunter. The Exponentially Weighted Moving Average // *Journal of Quality Technology*. 1986. Vol. 18 №4. P. 203-210.
108. Tan Y.C., Lee M.H., Winnie W.W. An improved switching rule in variable sampling interval Hotelling's control chart // *Institute of Electrical and Electronics Engineers*. 2015. pp.1412–1416. DOI: 10.1109/IEEM.2015.7385880
109. Toussaint-Jimenez N., W. Marimón-Bolívar, E. Dominguez. Estimation of a global self-purification capacity index for Mountain Rivers from water quality data and hydrotopographic characteristics // *Congreso Internacional de Innovación y Tendencias en Ingeniería (CONIITI)*. – 2020. - P. 1-10. doi: 10.1109/CONIITI51147.2020.9240307.
110. Williams J. D., Woodall W. H., Birch J. B. and Sullivan J. H. Distribution of Hotelling's T2 Statistic Based on the Successive Difference Estimator // *Journal of Quality Technology*, 2006. Vol 38, P. 217-229.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1. Акт о внедрении



ООО «Евроизол»  
432045, г. Ульяновск, Московское шоссе, 30, стр. 1  
ИНН: 6313131299; КПП: 732701001  
тел.: (8422) 64-97-33; 34-85-70  
e-mail : info@euroizol-termo.ru  
www.euroizol-termo.ru  
евроизол.рф

На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Исх. № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

УТВЕРЖДАЮ

Директор по производству  
ООО «Евроизол»  
В.А. Панкратов



2021 г.

#### АКТ О ВНЕДРЕНИИ

результатов диссертационной работы, представленной на соискание  
ученой степени кандидата технических наук

Комиссия в составе:

председатель – Адонина Алла Робертовна, зам. директора по техническому развитию ООО «Евроизол»,

члены комиссии: - Власов Дмитрий Александрович, главный технолог ООО «Евроизол»,

Трофимова Марина Анатольевна, ведущий технолог ООО «Евроизол»,

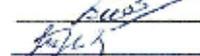
составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Алексеевой Анастасии Валерьевны «Методы и алгоритмы повышения эффективности контроля многомерного рассеяния показателей функционирования сложных технических систем», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук, а именно: разработанные алгоритмы и программный комплекс многомерного статистического контроля рассеяния показателей функционирования технических систем внедрены в ООО «Евроизол» при разработке технологии производства минераловатных теплоизоляционных плит «ИЗОЛ» для контроля прочностных показателей плит.

Использование указанных результатов позволяет:

- повысить точность оценки предела прочности при сжатии и модуля упругости на 7-12%;
- обеспечить своевременное обнаружение увеличения рассеяния контролируемых показателей (время до обнаружения нарушения сокращается за счет предложенных методов на 15-20%),
- снизить стоимость контроля путем оптимизации параметров алгоритма обобщенной дисперсии до 30%.

Председатель комиссии

Члены комиссии

 А.Р. Адонина  
 Д.А. Власов  
 М.А. Трофимова

## Приложение 2. Справка о внедрении в учебный процесс



УТВЕРЖДАЮ»

Проректор УлГТУ,  
 проректор по учебной работе  
 Е.В. Суркова

« 19 » марта 2022 г.

## СПРАВКА

о внедрении в учебный процесс

Ульяновского государственного технического университета  
 результатов диссертационной работы А.В. Алексеевой

Результаты диссертации Алексеевой Анастасии Валерьевны «Методы и алгоритмы повышения эффективности контроля многомерного рассеяния показателей функционирования сложных технических систем», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук, а именно методы повышения чувствительности алгоритма обобщенной дисперсии к возможным нарушениям для диагностики стабильности функционирования технических объектов, рассматриваемые при изучении дисциплин «Теория надежности», «Статистический контроль и управление процессами», «Статистические методы прогнозирования», читаемых студентам, обучающимся в бакалавриате и магистратуре по направлению «Прикладная математика», а также «Статистические методы в управлении качеством» по направлению «Управление качеством», и разработанное программное обеспечение, используемое в лабораторном практикуме, внедрены в учебный процесс Ульяновского государственного технического университета.

Использование указанных результатов позволило повысить эффективность обучения студентов за счет усвоения современных математических методов, алгоритмов и компьютерных технологий диагностики функционирования сложных технических систем.

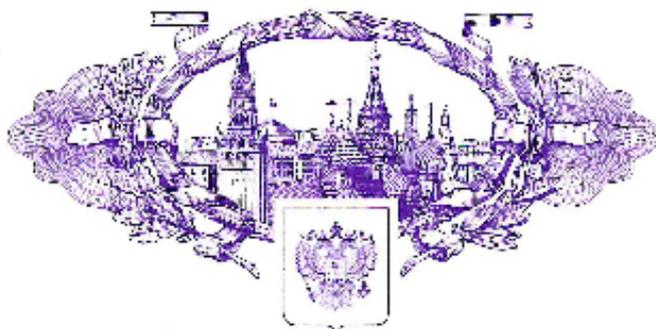
Зав. кафедрой

«Прикладная математика и информатика»  
 канд. техн. наук, доцент

Ю.Е. Кувайкова

Приложение 3. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2018611051

Оценка стабильности вибраций гидроагрегата

Правообладатель: *федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ульяновский государственный технический университет» (RU)*

Авторы: *Иванова Анастасия Валерьевна (RU),  
Клячкин Владимир Николаевич (RU)*

Заявка № 2017662485

Дата поступления 01 декабря 2017 г.

Дата государственной регистрации  
в Реестре программ для ЭВМ 23 января 2018 г.

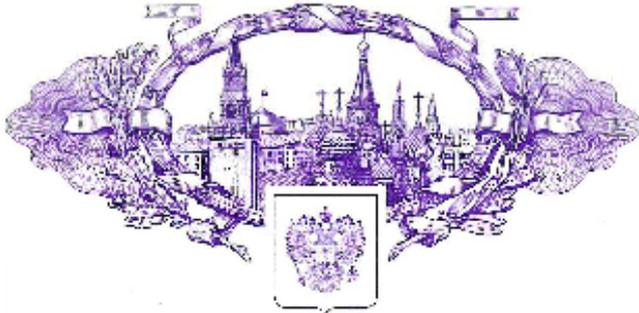


Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

*Г.П. Излиев* Г.П. Излиев

Приложение 4. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ

**РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ**



**СВИДЕТЕЛЬСТВО**  
о государственной регистрации программы для ЭВМ

**№ 2018611066**

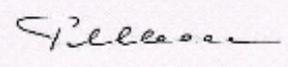
**Анализ данных о вибрациях гидроагрегата**

Правообладатель: *федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ульяновский государственный технический университет» (RU)*

Авторы: *Алексеев Антон Александрович (RU), Иванова Анастасия Валерьевна (RU), Клячкин Владимир Николаевич (RU), Кувийскова Юлия Евгеньевна (RU)*

Заявка № **2017662502**  
Дата поступления **01 декабря 2017 г.**  
Дата государственной регистрации  
в Реестре программ для ЭВМ **23 января 2018 г.**

*Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности*

 **И.И. Низнев**

